

Devoir surveillé n° 1

Graphes – Premières notions

L'énoncé est recto verso.

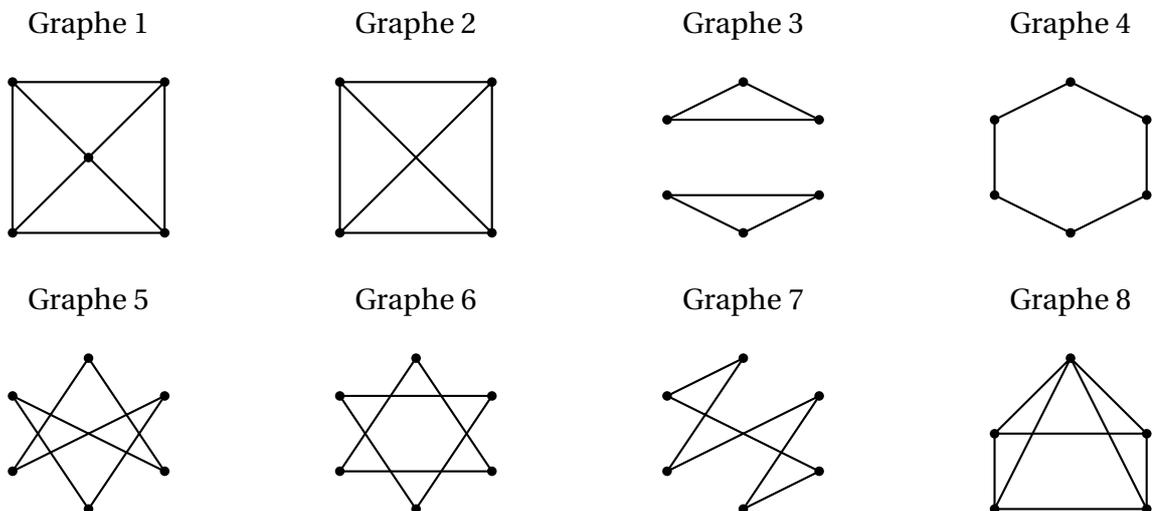
EXERCICE 1.1 (4 points).

Dans cet exercice **aucune** justification n'est demandée.

Parmi les graphes de la figure 1.1 de la présente page :

1. indiquer ceux pouvant modéliser des situations identiques ;
2. indiquer ceux qui sont complets ;
3. indiquer ceux qui sont connexes et, dans ce cas, indiquer leur diamètre.

FIGURE 1.1: Graphes de l'exercice 1.1



EXERCICE 1.2 (5 points).

Est-il possible que dans un groupe de cinq personnes (*on justifiera chaque réponse*) :

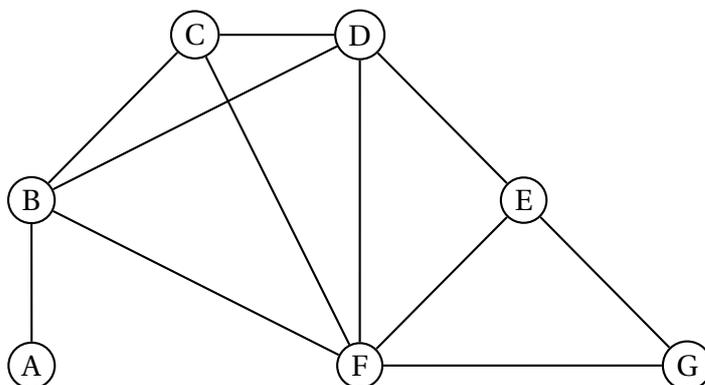
1. deux d'entre elles aient 3 amis, deux d'entre elles aient 2 amis et la dernière 1 ami ?
2. deux d'entre elles aient 2 amis, l'une d'entre elles 4 amis, l'une d'entre elles 3 amis et la dernière 1 ami ?
3. trois d'entre elles aient 2 amis, l'une d'entre elles 1 ami et la dernière 5 amis ?

EXERCICE 1.3 (9 points).

Dans cet exercice, sauf mention contraire, chaque réponse doit être justifiée, la justification devant être très brève : une ou deux lignes maximum.

La figure 1.2 de la présente page présente un graphe.

FIGURE 1.2: Figure de l'exercice 1.3



1. Donner l'ordre du graphe.
2. Le graphe est-il complet ?
3. Le graphe est-il connexe ?
4. Citer deux sommets non adjacents.
5. Donner le degré du sommet B.
6. Citer un sommet impair.
7. Le graphe contient-il un sous-graphe complet d'ordre 3 ? d'ordre 4 ? d'ordre 5 ? *Si oui donner les sommets par lesquels il est engendré. Si non aucune justification n'est attendue.*
8. Le graphe contient-il un sous-graphe stable d'ordre 3 ? *Si oui donner les sommets par lesquels il est engendré. Si non aucune justification n'est attendue.*
9. Donner la longueur de la chaîne ABCFDBA.
10. Donner le diamètre de ce graphe.

EXERCICE 1.4 (2 points).

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Soit K_n le graphe complet d'ordre n .

Montrer que le nombre d'arêtes de K_n est :

$$\frac{n(n-1)}{2}$$