

Devoir surveillé n°2

Second degré – Vecteurs – Suites

L'énoncé est à rendre avec sa copie.

L'exercice 1 est à traiter en premier sur l'énoncé et à rendre avant d'avoir la suite.

La calculatrice n'est autorisée qu'après avoir rendu l'exercice 1.

Le barème n'est qu'indicatif (le devoir est noté sur 25 points).

EXERCICE 1 (6 points).

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque affirmation, il y a une seule réponse correcte parmi les trois propositions.

Cocher sur l'énoncé la réponse exacte sachant qu'une réponse exacte rapporte 1 point, une mauvaise réponse enlève 0,5 point, l'absence de réponse n'apporte ou n'enlève aucun point et, si le total des points sur l'exercice est négatif, il sera ramené à 0.

Rendre ensuite cette page pour avoir la suite de l'énoncé du devoir et être autorisé à utiliser sa calculatrice.

1. Le discriminant du trinôme $-\frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{7}{2}$ vaut :

<input type="checkbox"/> -2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 16
-----------------------------	----------------------------	-----------------------------
2. La forme canonique de $f(x) = -2x^2 + 4x + 1$ est :

<input type="checkbox"/> $-2(x-1)^2 + 3$	<input type="checkbox"/> $-2(x+1)^2 + 3$	<input type="checkbox"/> $-2(x-1)^2 - 3$
--	--	--
3. Le trinôme $-3x^2 + 4x - 5$:

<input type="checkbox"/> est négatif sur \mathbb{R}	<input type="checkbox"/> est positif sur \mathbb{R}	<input type="checkbox"/> change de signe sur \mathbb{R}
---	---	---
4. La fonction trinôme définie pour tout x par $f(x) = -2x^2 + 3x + 4$ admet :

<input type="checkbox"/> un maximum en $x = -\frac{3}{4}$	<input type="checkbox"/> un minimum en $x = \frac{3}{4}$	<input type="checkbox"/> un maximum en $x = \frac{3}{4}$
---	--	--
5. Le sommet d'une parabole est d'abscisse 1 ; alors elle peut être d'équation :

<input type="checkbox"/> $y = x^2 + 2x + 5$	<input type="checkbox"/> $y = -2x^2 + 4x - 3$	<input type="checkbox"/> $y = 4x^2 - 2x + 3$
---	---	--
6. Une parabole coupe l'axe des abscisses en 1 ; alors elle peut être d'équation :

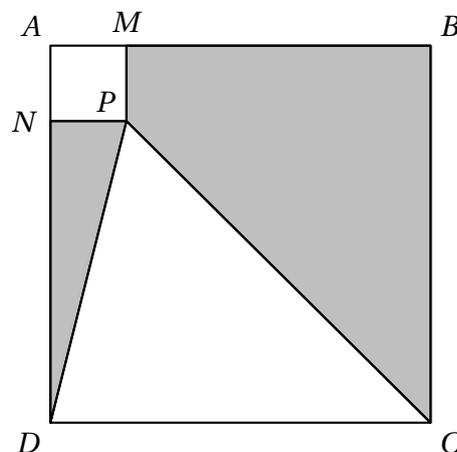
<input type="checkbox"/> $y = (x+1)(x-3)$	<input type="checkbox"/> $y = 2(x-1)^2 + 1$	<input type="checkbox"/> $y = 4(x-1)^2$
---	---	---

EXERCICE 2 (7 points).

Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en taille réelle, $ABCD$ est un carré de côté 10 cm et $AMPN$ est un carré de côté $x \in [0; 10]$. On désigne par $S(x)$ l'aire en cm^2 de la partie grisée.

1. (a) Montrer que, pour tout $x \in [0; 10]$:

$$S(x) = -x^2 + 5x + 50$$
 (b) Déterminer la forme canonique de $S(x)$.
 (c) Déterminer la forme factorisée de $S(x)$.
2. (a) Justifier que $S(x)$ admet un maximum sur $[0; 10]$.
 (b) Déterminer ce maximum et interpréter géométriquement ce résultat.
3. Résoudre l'inéquation $S(x) < x^2$. En donner une interprétation géométrique.

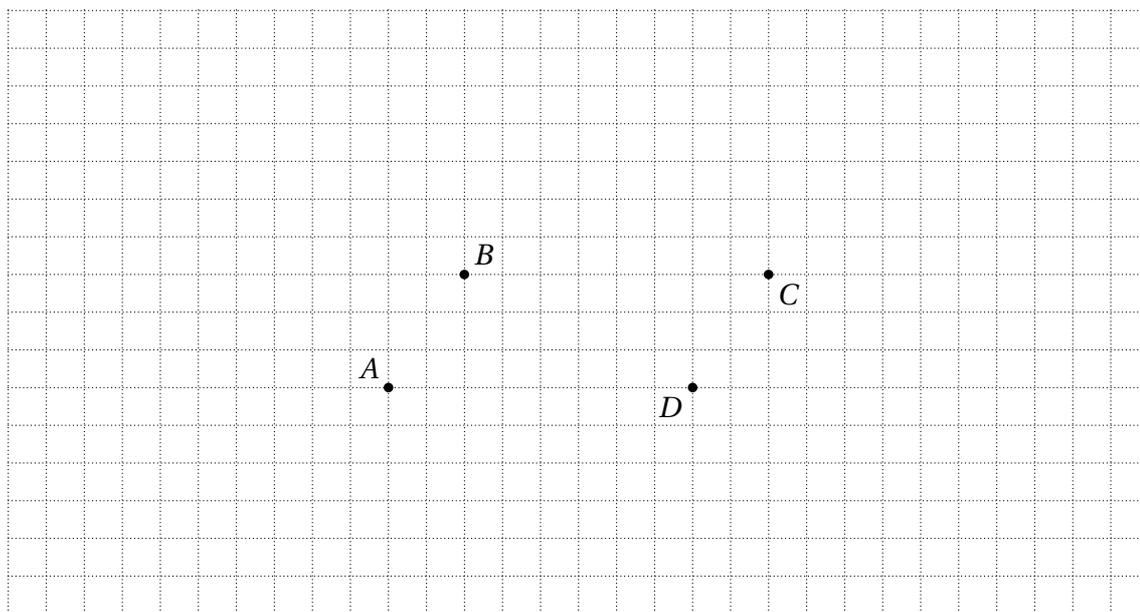


EXERCICE 3 (8 points).

Sur le schéma ci-dessous, $ABCD$ est un parallélogramme. I , E , F , G et H sont les points tels que :

- I est le milieu de $[BD]$;
- E est le symétrique de A par rapport à D (c'est-à-dire que D est le milieu de $[EA]$;
- F est le symétrique de D par rapport à A ;
- G est le symétrique de D par rapport à B ;
- H est le milieu de $[FG]$.

1. Faire un schéma.
2. Montrer que $\vec{FG} = 2\vec{AB}$.
3. (a) Montrer $\vec{EI} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \frac{3}{2}\vec{AD}$.
 (b) Exprimer \vec{EH} en fonction des seuls vecteurs \vec{AB} et \vec{AD} .
 (c) Que peut-on en déduire pour les points E , I et H ?
4. Montrer que les droites (IB) et (AH) sont parallèles.



EXERCICE 4 (4 points).

Un propriétaire d'appartement, original et mathématicien, propose le contrat de location suivant :

- le locataire s'engage pour une durée de trois ans ;
- le loyer est à payer mensuellement ;
- le premier loyer est de 500 € ;
- le loyer du mois suivant est égal à celui du mois précédent diminué de 5 % auquel on ajoute 35 €.

Les mois sont numérotés de 1 à 36 et on appelle L_n le loyer du n -ième mois où n est un entier tel que $1 \leq n \leq 36$.

- (a) Justifier que pour tout entier n compris entre 1 et 35 : $L_{n+1} = 0,95 \times L_n + 35$.
(b) Déterminer les trois premiers termes de la suite.
- On propose ci-dessous 4 algorithmes.

Algorithme 1 :

```

u PREND LA VALEUR 500
POUR k ALLANT de 2 A 37
  AFFICHER u
  u PREND LA VALEUR 0,95u+35
FIN POUR

```

Algorithme 3 :

```

u PREND LA VALEUR 500
POUR k ALLANT de 2 A 36
  u PREND LA VALEUR 0,95u+35
  AFFICHER u
FIN POUR

```

Algorithme 2 :

```

u PREND LA VALEUR 500
POUR k ALLANT de 2 A 36
  u PREND LA VALEUR 0,95u+35
FIN POUR
AFFICHER u

```

Algorithme 4 :

```

u PREND LA VALEUR 500
POUR k ALLANT de 1 A 36
  AFFICHER u
  u PREND LA VALEUR 0,95u+35
FIN POUR

```

- Indiquer ceux qui ne permettent pas d'afficher exactement les 36 loyers en justifiant.
- Un locataire est intéressé mais il ne veut pas payer plus de 1 000 € par mois. En utilisant l'algorithme de votre choix (éventuellement un de ceux donnés ci-dessus), déterminer si le contrat lui convient.
On justifiera en donnant le montant du loyer le plus important.

3. Cette question est hors-barème

On donne l'algorithme ci-dessous.

```

ENTREES
n
INITIALISATION
u PREND LA VALEUR 500
s PREND LA VALEUR 500
TRAITEMENT
POUR k ALLANT DE 2 A n
  u PREND LA VALEUR 0,95u+35
  s PREND LA VALEUR s+u
FIN POUR
SORTIES
s

```

- Le programmer sur sa calculatrice et indiquer ce qu'il affiche pour $n = 36$.
- Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.