

Devoir surveillé n° 1

Suites

EXERCICE 1.1 (9 points).

Un bail est un contrat de location entre un locataire et un propriétaire.

Traditionnellement sa durée est de trois ans.

On propose à un locataire deux types de bail :

Contrat A : Le premier loyer est de 500 euros et il augmente chaque mois de 17 euros pendant la durée des trois ans.

Contrat B : Le premier loyer est de 500 euros et il augmente chaque mois de 2,5 % pendant la durée des trois ans.

Partie A : Étude du contrat A.

On appelle A_n le montant du loyer donné par le contrat A au mois de rang n pour n variant de 0 à 35.

1. Justifier que (A_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison.
2. Exprimer A_n en fonction de n .
3. Déterminer le loyer du dernier mois avec le contrat A.
4. On donne l'algorithme suivant :

```
ENTREES
n
INITIALISATION
u PREND LA VALEUR 500
s PREND LA VALEUR 500
TRAITEMENT
POUR k ALLANT DE 1 A n
    u PREND LA VALEUR u+17
    s PREND LA VALEUR s+u
FIN POUR
SORTIES
AFFICHER s
```

- (a) Le programmer sur sa calculatrice et indiquer ce qu'il affiche pour $n = 15$.
- (b) Interpréter ce résultat.

On admet, pour la suite, que cet algorithme renvoie la valeur 28 710 pour $n = 35$.

Partie B : Étude du contrat B.

On appelle B_n le montant du loyer donné par le contrat B au mois de rang n pour n variant de 0 à 35.

1. Justifier que (B_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
2. Exprimer B_n en fonction de n .
3. Déterminer le loyer du dernier mois avec le contrat B.
4. Déterminer, par le calcul, la somme totale que devra payer le locataire sur la durée des trois ans s'il choisit le contrat B.

Partie C

Déterminer quel est le contrat le plus avantageux pour le locataire.

EXERCICE 1.2 (11 points).

Afin d'entretenir une forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 5 % des arbres existants et de replanter 3 000 arbres.

Le nombre d'arbres de cette forêt est modélisé par une suite notée (u_n) où u_n désigne le nombre d'arbres au cours de l'année $(2013 + n)$.

En 2013, la forêt compte 50 000 arbres.

1. (a) Déterminer le nombre d'arbres de la forêt en 2014 et en 2015.
 (b) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? *On justifiera.*
 (c) Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,95u_n + 3000$.
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = 60\,000 - u_n$.
 (a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,95.
 Déterminer son premier terme.
 (b) Exprimer v_n en fonction de n .
 (c) En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 10\,000(6 - 0,95^n)$.
 (d) Déterminer la limite de la suite (u_n) .
 (e) Interpréter le résultat précédent.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
 (a) Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n \geq 57\,000$
 (b) Interpréter ce résultat.
4. (a) On souhaite écrire un algorithme affichant pour un entier naturel n donné, tous les termes de la suite du rang 0 au rang n . Parmi les trois algorithmes ci-dessous, un seul convient. Préciser lequel.
 (b) Lorsque $A = 57\,000$ l'algorithme 1 affiche 24. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

Algorithme 1

```
ENTRER a
n PREND LA VALEUR 0
u PREND LA VALEUR 50 000
TANT QUE u < a
  n PREND LA VALEUR n+1
  u PREND LA VALEUR 0,95u+3000
FIN TANT QUE
AFFICHER n
```

Algorithme 2

```
ENTRER n
u PREND LA VALEUR 50 000
POUR k VARIANT DE 1 A n
  u PREND LA VALEUR 0,95u+3000
FIN POUR
AFFICHER u
```

Algorithme 3

```
ENTRER n
u PREND LA VALEUR 50 000
POUR k VARIANT DE 1 A n
  AFFICHER u
  u PREND LA VALEUR 0,95u+3000
FIN POUR
```