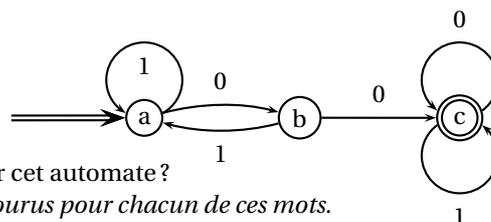


Devoir surveillé n° 4

Graphes étiquetés – Graphes pondérés

EXERCICE 4.1 (5 points).

Soit l'automate ci-contre.



- Les mots « 1011 », « 1100 », « 0011 », « 0101 » sont-ils reconnus par cet automate ?
On indiquera, en guise de justification, la liste des sommets parcourus pour chacun de ces mots.
- Donner la liste des mots de trois lettres reconnus par celui-ci.
- Caractériser les mots reconnus.

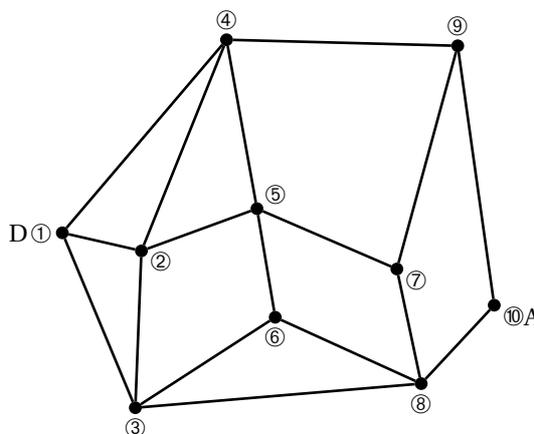
EXERCICE 4.2 (3 points).

Construire un automate reconnaissant les mots terminant par la chaîne « 11 ».

EXERCICE 4.3 (7 points).

Un guide de randonnée en montagne décrit les itinéraires possibles autour d'un pic rocheux.

La description des itinéraires est donnée par le graphe ci-contre. Les sommets de ce graphe correspondent aux lieux remarquables. Les arêtes de ce graphe représentent les sentiers possibles entre ces lieux.



Légende :

- | | |
|-----------------------|-------------------|
| ① Départ | ② Passerelle |
| ③ Roche percée | ④ Col des 3 vents |
| ⑤ Pic rouge | ⑥ Refuge |
| ⑦ Col vert | ⑧ Pont Napoléon |
| ⑨ Cascade des anglais | ⑩ Arrivée |

- Donner un itinéraire allant de D à A passant par tous les sommets du graphe une seule fois mais n'empruntant pas forcément tous les sentiers.
- Existe-t-il un itinéraire allant de D à A utilisant tous les sentiers une seule fois ?
Justifier votre réponse.

- On note M la matrice d'adjacence associée à ce graphe, les sommets étant pris dans l'ordre. On donne ci-contre M^5 .

$$M^5 = \begin{pmatrix} 56 & 78 & 75 & 82 & 59 & 57 & 54 & 40 & 26 & 31 \\ 78 & 88 & 95 & 89 & 96 & 57 & 50 & 65 & 48 & 30 \\ 75 & 95 & 68 & 68 & 77 & 68 & 46 & 73 & 52 & 23 \\ 82 & 89 & 68 & 62 & 98 & 49 & 29 & 79 & 67 & 13 \\ 59 & 96 & 77 & 98 & 50 & 82 & 80 & 40 & 24 & 46 \\ 57 & 57 & 68 & 49 & 82 & 36 & 25 & 68 & 49 & 16 \\ 54 & 50 & 46 & 29 & 80 & 25 & 10 & 73 & 60 & 5 \\ 40 & 65 & 73 & 79 & 40 & 68 & 73 & 32 & 14 & 48 \\ 26 & 48 & 52 & 67 & 24 & 49 & 60 & 14 & 6 & 39 \\ 31 & 30 & 23 & 13 & 46 & 16 & 5 & 48 & 39 & 2 \end{pmatrix}$$

- Que représente le nombre 89 situé sur la deuxième ligne et la quatrième colonne ?
- Déterminer le nombre d'itinéraires allant de D à A empruntant 5 sentiers. Citer un tel itinéraire passant par le pic rouge.

- On a complété ci-contre le graphe décrivant les itinéraires avec les temps de parcours en minutes pour chacun des sentiers.
Déterminer l'itinéraire allant de D à A le plus court en temps.
On fera apparaître la démarche en utilisant un algorithme.

