Devoir surveillé n°8

Trinôme

EXERCICE 8.1 (2 points)**.**
Dans chacun des cas suivants, indiquer ce qu'on peut déduire pour x^2 **en justifiant sa réponse** :

1. $x > 5$;
2. $x < -1$;
3. $-1 > x > -2$;
4. $-2 < x < 3$.

EXERCICE 8.2 (2 points)**.**
Compléter chaque proposition suivante par « < » ou par « > » lorsque que c'est possible ou par une croix lorsqu'on ne peut rien conclure. *Aucune justification n'est attendue.*

1. Si $x > -1$ alors $x^2 \ldots\ldots 1$;
2. Si $x > 2$ alors $x^2 \ldots\ldots 4$;
3. Si $x < 3$ alors $x^2 \ldots\ldots 9$;
4. Si $x < -2$ alors $x^2 \ldots\ldots 4$.

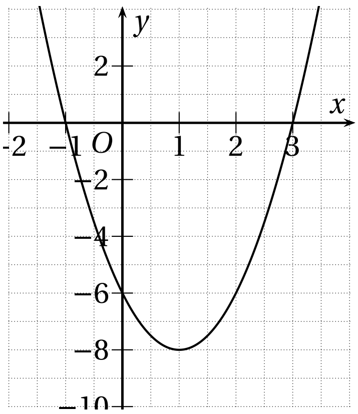
EXERCICE 8.3 (3 points)**.**
Résoudre par le calcul les équations ou inéquations suivantes :

1. $x^2 = 6$;
2. $x^2 = -1$;
3. $x^2 > 9$;
4. $x^2 > -3$.

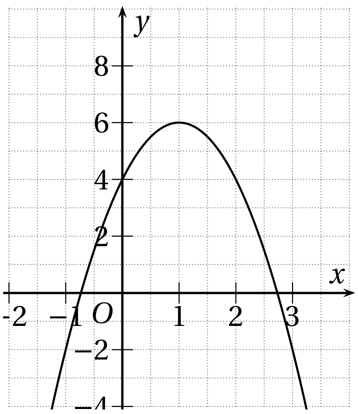
EXERCICE 8.4 (3 points)**.**
On donne trois fonctions et trois courbes. Associer chaque fonction à sa courbe en justifiant.

$f(x) = -2x^2 + 4x + 6$ $\qquad$ $g(x) = -2(x-1)^2 + 6$ $\qquad$ $h(x) = 2(x-3)(x+1)$

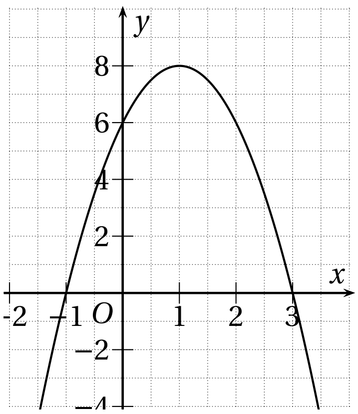
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



EXERCICE 8.5 (5 points)**.**
Soit f une fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x + 8$.

1. Déterminer la forme canonique de $f(x)$.
2. Déterminer la forme factorisée de $f(x)$.
3. Résoudre par le calcul les équations ou inéquations suivantes :

   (a) $f(x) = 0$;

   (b) $f(x) = 3$;

   (c) $f(x) < 8$.

   (d) $f(x) < -2$.

EXERCICE 8.6 (5 points)**.**
Soit un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 8$ et $AD = 10$.
M est un point variable sur le segment $[AB]$.
On considère les points H, I, J et K tels que $AMIJ$ est un carré et $CKIH$ est un rectangle.

Le problème est de déterminer les positions éventuelles de M pour lesquelles la somme des aires des quadrilatères $AMIJ$ et $CKIH$ est égale à la moitié de l'aire du rectangle $ABCD$.

On note x la longueur AM.

1. Dans quel intervalle varie le nombre réel x ?
2. Montrer que la somme $S(x)$ des aires des quadrilatères $AMIJ$ et $CKIH$ a pour expression :

$$S(x) = x^2 + (8 - x)(10 - x)$$

3. Développer et réduire $S(x)$.
4. (a) Traduire le problème par une équation.
   (b) Montrer que cette équation s'écrit aussi : $x^2 - 9x + 20 = 0$.
   (c) Développer et réduire le produit $(x - 4)(x - 5)$.
   (d) En déduire les solutions au problème posé.