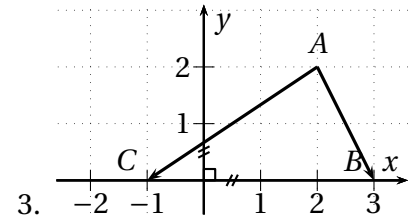
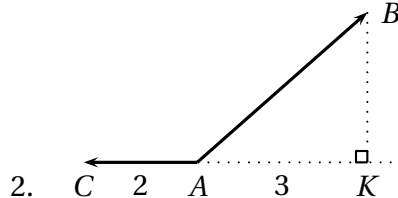
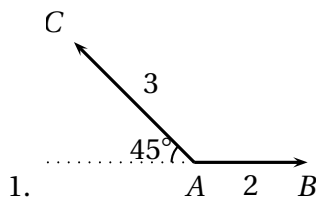


Devoir surveillé n°7 : Produit scalaire – Applications de la dérivée

L'énoncé est à rendre avec sa copie. Penser à écrire son nom en entête sur cet énoncé. La qualité de la rédaction et de la présentation entrera pour une part importante dans la notation de la copie. Le barème n'est qu'indicatif.

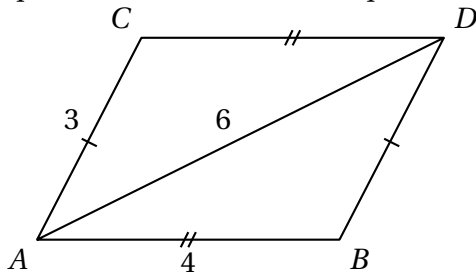
EXERCICE 1 (3 points).

Dans chacun des cas suivants, calculer la valeur exacte du produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.



EXERCICE 2 (3 points).

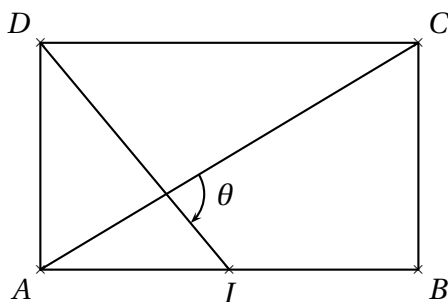
Le quadrilatère $ABDC$ est tel que $AB = CD = 4$, $AC = BD = 3$ et $AD = 6$ (voir figure ci-dessous).



1. Déterminer la valeur exacte de $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$
2. En déduire la mesure, à $0,1^\circ$ près, de l'angle $\widehat{BAC}$.
3. (a) Développer $(\vec{BA} + \vec{AC})^2$.
- (b) En déduire la valeur exacte de la longueur BC .

EXERCICE 3 (4 points).

$ABCD$ est un rectangle. I est le milieu de $[AB]$. On note $\theta = (\vec{AC}; \vec{DI})$.



1. On suppose dans cette question que $AB = 8$ et $AD = 3$.
En exprimant de deux façons le produit scalaire $\vec{AC} \cdot \vec{DI}$, déterminer la valeur exacte de $\cos \theta$ puis une valeur approchée de θ à $0,1^\circ$ près.
2. On suppose dans cette question que $AB = a$ et $AD = b$.
 - (a) Montrer que $\vec{AC} \cdot \vec{DI} = \frac{1}{2}a^2 - b^2$
 - (b) En déduire quelle condition doivent vérifier a et b pour que les droites (AC) et (DI) soient perpendiculaires.

EXERCICE 4 (5 points).

On considère les points A , B et C de coordonnées $A(-2; 1)$, $B(2; -2)$ et $C(5; 2)$.

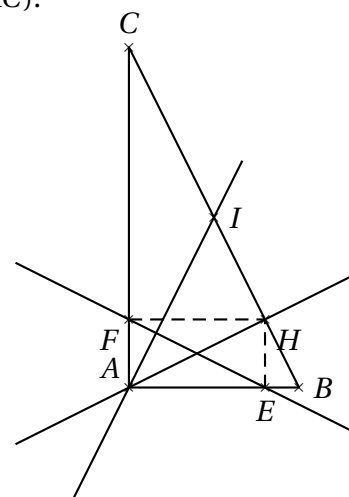
1. (a) Déterminer une équation du cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AC]$.
- (b) Le point B appartient-il au cercle $\mathcal{C}$?
Que peut-on en déduire sur la nature du triangle ABC ?
2. (a) Déterminer une équation de la médiatrice Δ du segment $[AC]$.
- (b) En déduire les coordonnées des points d'intersection du cercle $\mathcal{C}$ et de la droite Δ .

EXERCICE 5 (5 points).

ABC est un triangle rectangle en A et on a :

- $AC = 2AB$;
- I le milieu de $[BC]$;
- H le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC ;
- E et F les projetés orthogonaux de H respectivement sur (AB) et (AC) .

- Soit J le milieu de $[AC]$.
 - Justifier que $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AJ})$ est un repère orthonormé.
 - Donner, sans justifier, les coordonnées des points A , B , C et I dans ce repère.
- Déterminer une équation de la droite (BC) .
- Déterminer une équation de la droite (AH) à l'aide d'un vecteur normal.
- En déduire les coordonnées de H , puis celle de E et F .
- Montrer que les droites (AI) et (EF) sont perpendiculaires.

**EXERCICE 6** (5 points).

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ représentée par la courbe $\mathcal{C}$ donnée dans le repère de la figure 7.1 donnée en annexe.

Les tangentes à la courbe $\mathcal{C}$ aux points d'abscisses -1 et 1 sont parallèles à l'axe des abscisses.

Les tangentes à la courbe $\mathcal{C}$ aux points d'abscisses 0 et 2 sont les droites respectives T_0 et T_2 .

- À l'aide du graphique, recopier sur sa copie et compléter le tableau suivant :

x	-1	0	1	2
$f(x)$				
$f'(x)$				

- Déterminer par le calcul une équation de chacune des tangentes T_0 et T_2 .
- À l'aide du graphique, déterminer les solutions réelles de :
 - $f'(x) = 0$
 - $f'(x) < 0$
- L'une des trois courbes données sur la figure 7.2 donnée en annexe représente la fonction dérivée f' de f . Laquelle? Justifier la réponse.

EXERCICE 7 (5 points).

Les figures données en annexe sur la figure 7.3 représentent un parallélépipède $ABCDEFGH$ ainsi que son patron. Ce patron est fabriqué à partir d'une feuille cartonnée carrée de 30 cm de côté et on a $BC = AD = FG = EH = x$ cm.

- À quel intervalle appartient x ?
- Démontrer que le volume $V(x)$ du parallélépipède $ABCDEFGH$ s'exprime, en cm^3 , par

$$V(x) = 2x^3 - 60x^2 + 450x$$
- Déterminer l'expression de $V'(x)$, la dérivée de V . En déduire les variations de la fonction V .
- Comment faut-il choisir x pour que le volume $V(x)$ ci-dessus soit maximal?
- Le parallélépipède ainsi obtenu est une boîte de lait.
 - Quelles sont les dimensions de la boîte lorsque le volume est maximal?
 - Le fabricant voudrait que le volume de cette boîte soit de 0,5 litres, c'est-à-dire 500 cm^3 . Combien de valeurs de x permettent de fabriquer de telles boîtes?

FIGURE 7.1: Courbe $\mathcal{C}$ de l'exercice 6

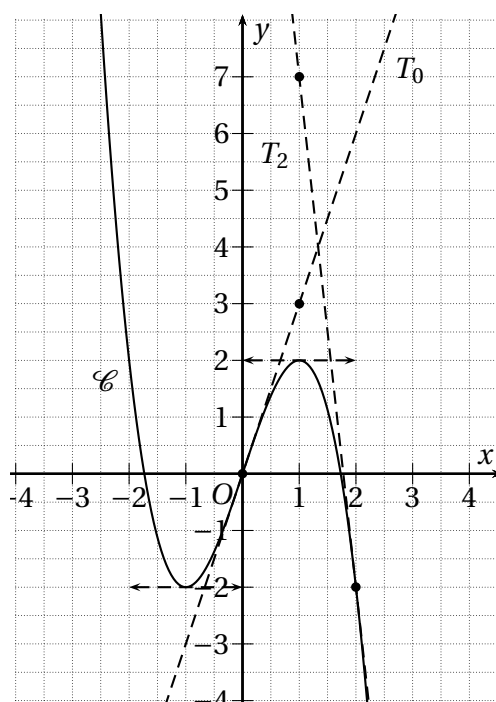


FIGURE 7.2: Courbes de l'exercice 6, question 4

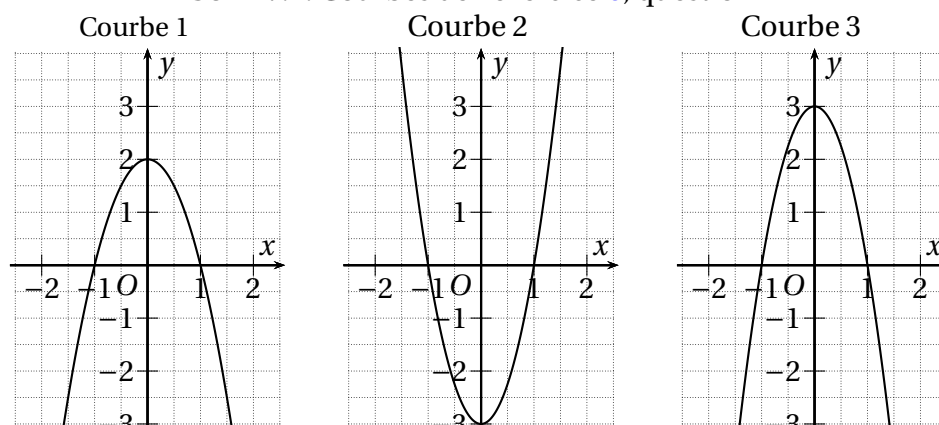


FIGURE 7.3: Découpages et pliages de l'exercice 7

