

DEVOIR COMMUN DE MATHÉMATIQUES

durée : 2 heures

NOM :	PRÉNOM :	SECONDE N° :
-------	----------	--------------

Exercice n°1 : (5 points)

Sébastien a 19 ans et il veut s'inscrire dans une station balnéaire à un séjour d'été où il aurait des chances de rencontrer des personnes de son âge.

Il écrit une lettre aux responsables de deux stations balnéaires pour avoir des renseignements sur les personnes déjà inscrites.

Voici la réponse du responsable de la station A :

« Cher Sébastien. Je pense que notre station balnéaire pourrait t'intéresser car l'âge moyen des inscrits est égal au tien (à un an près). Je te donne ci-dessous la liste des âges des personnes inscrites :
16 ans, 18 ans, 2 ans, 59 ans, 4 ans, 8 ans, 8 ans, 15 ans, 14 ans, 19 ans, 9 ans, 9 ans, 54 ans et 24 ans.
J'espère que tu seras des nôtres cet été. Bien cordialement. »

Voici la réponse du responsable de la station B :

« Cher monsieur, nous ne pouvons dévoiler les âges des personnes déjà inscrites à notre séjour d'été car ces informations sont confidentielles. Nous pouvons cependant vous indiquer que l'âge minimum est de 18 ans, le premier quartile est de 19 ans, la médiane de 20 ans, le troisième quartile de 46 ans et l'âge maximum est de 50 ans. En espérant vous compter parmi nous, veuillez recevoir nos salutations respectueuses. »

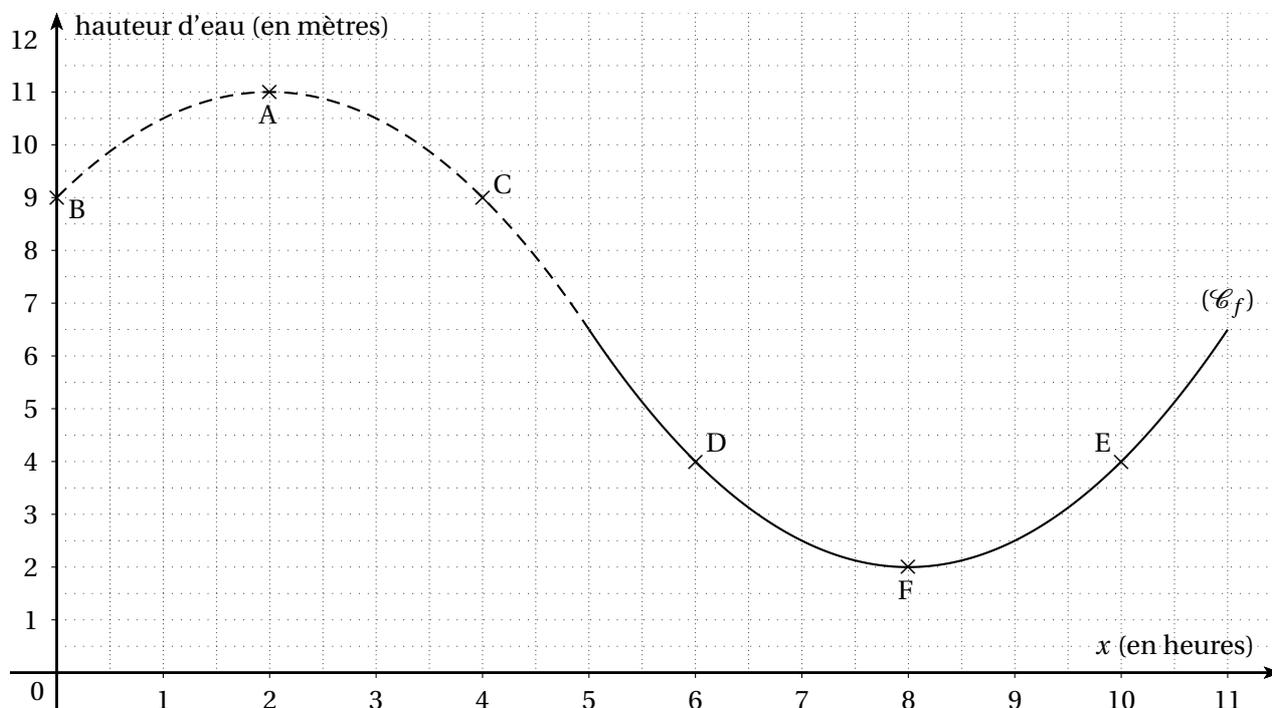
- Étude des données fournies par le responsable de la station A.
 - Déterminer l'âge moyen des personnes inscrites dans cette station.
Le responsable disait-il vrai quant à la moyenne ?
 - Déterminer les valeurs extrêmes des âges des personnes inscrites dans cette station.
 - Déterminer l'âge médian des personnes inscrites dans cette station.
On détaillera les calculs.
 - Déterminer les premier et troisième quartiles des personnes inscrites dans cette station.
On détaillera les calculs.
- Étude des données fournies par le responsable de la station B.
 - Interpréter « le premier quartile est de 19 ans ».
 - Interpréter « le troisième quartile est de 46 ans ».
 - Parmi les affirmations suivantes, une seule est vraie :
 - « l'âge moyen est supérieur à l'âge médian »
 - « l'âge moyen est inférieur à l'âge médian »
 - « On ne peut rien dire sur l'âge moyen »Dire laquelle en justifiant votre réponse à l'aide des données fournies par le responsable de la station.
- En argumentant avec soin à l'aide de paramètres statistiques, indiquez quelle station Sébastien devrait choisir.

Exercice n°2 : (6 points)

Ci-dessous est donnée la représentation graphique (\mathcal{C}_f) (en tirets ou en trait continu) d'une fonction f sur l'intervalle $[0, 11]$.

Pour tout x de $[0; 11]$, $f(x)$ représente la hauteur d'eau (exprimée en mètres) à l'entrée d'un port à l'instant x (exprimé en heure)

Les points de la courbe marqués d'une croix sont à coordonnées entières.



Partie A

1. Quelle est la hauteur d'eau à 5h ?
2. Quand la hauteur d'eau sera-t-elle égale à 10,5 m ?
3. Pour rentrer dans ce port, un cargo a besoin d'une hauteur d'eau d'au moins 4m.
Quand peut-il rentrer dans ce port ?
4. Donner le tableau de variation complet de f sur $[0; 11]$

Partie B

1. On admet que, sur l'intervalle $[0; 5]$, il existe trois réels a , α et β tels que $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$.
 - (a) Montrer que $\alpha = 2$ et que $\beta = 11$ en justifiant soigneusement.
 - (b) Montrer que $a = -\frac{1}{2}$ en justifiant soigneusement.
2. On admet que, sur $[5; 11]$, $f(x) = \frac{1}{2}(x - 8)^2 + 2$
 - (a) Vérifier que, pour tout $x \in [5; 11]$, $f(x) - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}(x - 7)(x - 9)$
 - (b) Résoudre sur $[5; 11]$, l'inéquation $f(x) < \frac{5}{2}$
 - (c) Interpréter le résultat

Partie C

Proposer un algorithme demandant un réel x de l'intervalle $[0; 11]$ et renvoyant, à l'aide des formules de la **partie B**, la hauteur d'eau (en mètres) à l'entrée de ce port à l'instant x (en heures).

Exercice n° 3 : (7 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(-1; 2)$, $B(5; -1)$ et $C(2; 5)$.

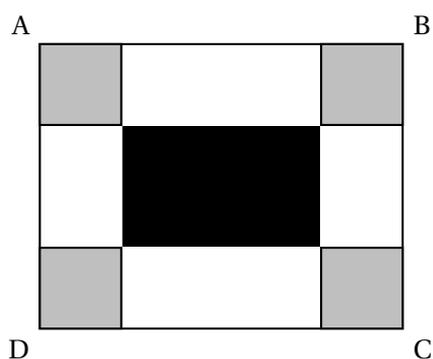
- Placer les points dans le repère. On complétera la figure au fur et à mesure des questions.
- Déterminer, par le calcul, les coordonnées du vecteur \overrightarrow{CA} .
 - Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$
- Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
 - Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
- Soit I le milieu du segment [CD].
 - Calculer les coordonnées du point I.
 - Démontrer que les points I, M et B sont alignés.
- Soit J le milieu du segment [AB].
 - Calculer les coordonnées du point J.
 - Démontrer que les droites (DJ) et (BI) sont parallèles.
- Calculer les longueurs des segments [BA] et [BC].
 - En déduire la nature exacte du quadrilatère ABCD.

Exercice n° 4 : (2 points)

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

ABCD est un rectangle tel que $AB = 30$ cm et $BC = 24$ cm.

On colorie aux quatre coins du rectangle quatre carrés identiques en gris. On délimite ainsi un rectangle central que l'on colorie en noir.



La longueur du côté des quatre carrés gris peut varier. Par conséquent, les dimensions du rectangle noir varient aussi.

Est-il possible que l'aire du rectangle noir soit égale à la somme des aires des quatre carrés gris ?