EXERCICE 3 (5,5 points).

La suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n non nul par :

$$u_n = \frac{1}{n^2}$$

1. Déterminer les trois premiers termes de la suite.
2. Cette suite est-elle arithmétique ? Et géométrique ? *On justifiera.*
3. On donne l'algorithme, incomplet, suivant :

```
ENTREE(S)
   n
INITIALISATION
   u PREND LA VALEUR ...
   s PREND LA VALEUR ...
TRAITEMENT
   POUR k ALLANT DE ... A ... FAIRE
     u PREND LA VALEUR ...
     s PREND LA VALEUR ...
   FIN POUR
SORTIE(S)
   s
```

   (a) Compléter cet algorithme afin qu'il renvoie S_n, la somme des n premiers termes de la suite (u_n).

   (b) Entrer cet algorithme dans une calculatrice et indiquer ce qu'il renvoie pour $n = 50$ (on arrondira au millième).

   (c) **Question bonus (hors barème)**

      i. Donner une valeur approchée au centième de π^2.

      ii. Conjecturer, à l'aide de la calculatrice, vers quelle valeur tend S_n quand n devient grand.

4. **Question bonus (hors barème)**
   Étudier les variations de la suite (u_n).

Nom : ....

Devoir surveillé n°4 : Suites – Fonctions

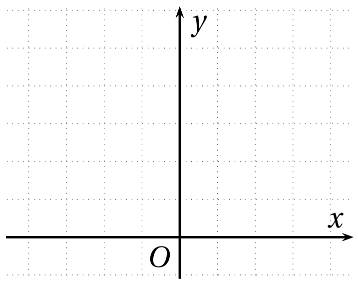
L'énoncé est à rendre avec sa copie.
Penser à écrire son nom en entête sur cet énoncé ***ainsi que sur l'annexe.***
La qualité de la rédaction et de la présentation entrera pour une part importante dans la notation de la copie.
Le barème n'est qu'indicatif (le devoir est noté sur 25 points).

EXERCICE 1 (4 points).

Déterminer graphiquement l'ensemble $\mathscr{S}$ des solutions de chacune des inéquations suivantes.

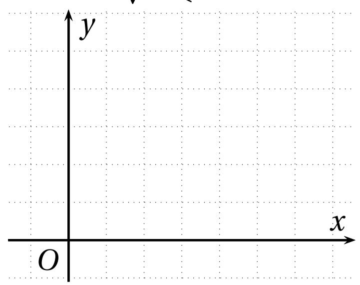
On construira avec soin les représentations graphiques des fonctions de référence concernées et on fera apparaître les traits de constructions.

$1 \leqslant x^2 \leqslant 5$



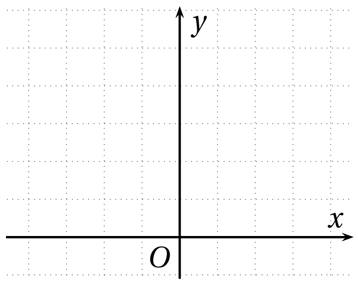
$\mathscr{S} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\sqrt{x} \leqslant 2$



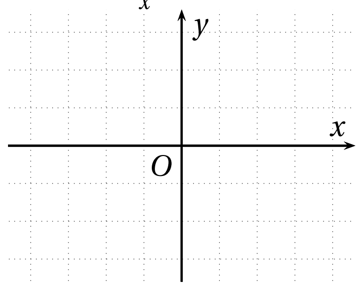
$\mathscr{S} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$|x| > 2$



$\mathscr{S} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\frac{1}{x} < 2$



$\mathscr{S} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

EXERCICE 2 (15,5 points)**.**

L'objectif de cet exercice est d'étudier la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x^2+4x+2}{x+1}$$

et de tracer sa courbe $\mathscr{C}_f$.

Partie A : Premiers éléments.

1. Déterminer D_f, l'ensemble de définition de f.
2. (a) Déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des ordonnées.

   (b) Déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
3. On pose $d(x) = f(x) - (-2x+2)$ pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{-1\}$

   (a) Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{-1\}$:

   $$d(x) = \frac{3x^2+4x}{x+1}$$

   (b) Déterminer le signe de $d(x)$ selon les valeurs de x.

   (c) Que peut-on en déduire quant aux positions relatives de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = -2x+2$?

Partie B : Étude d'une fonction auxiliaire.

On considère la fonction g définie, sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$, par :

$$g(x) = \frac{-1}{x+1}.$$

Étudier les variations de g en justifiant soigneusement.

Partie C : La fonction f.

1. (a) Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{-1\}$:

   $$f(x) = x+3+\frac{-1}{x+1}$$

   (b) En déduire les variations de la fonction f.
2. $\mathscr{D}'$ est la droite d'équation $y = x+3$.
   Déterminer les positions relatives de $\mathscr{D}'$ et de $\mathscr{C}_f$.

Partie D : Tableau de valeurs et tracés.

Sur la figure fournie en annexe est proposé un tableau de valeurs incomplet et un repère où a été tracée une partie de la courbe $\mathscr{C}_f$

1. Compléter le tableau de valeurs.
   On arrondira les valeurs au centième.
2. Dans le repère fourni :

   (a) Placer les éventuels points obtenus dans la partie A.

   (b) Tracer les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$.

   (c) Compléter le tracé de la courbe de f.