

Devoir surveillé n° 2

Graphes eulériens

Un parc municipal est une superficie boisée dans laquelle ont été créés plusieurs *lieux notables* :

O : l'entrée Ouest

K : le kiosque à musique

A : l'aire de jeux pour enfants

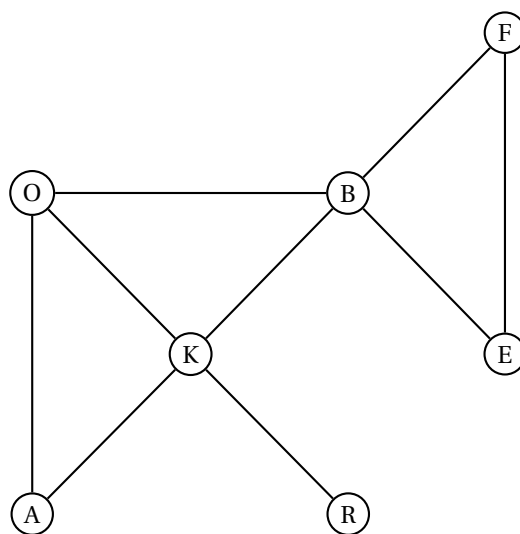
B : le bassin à poissons

R : la roseraie

F : la fontaine des amoureux

E : l'entrée Est

Ces lieux sont reliés par des *allées* comme modélisé sur le graphe ci-dessous où les sommets sont les lieux et les arêtes sont les allées.



1. Questions sur le graphe

Répondre à chacune des questions suivantes en termes de graphe puis interpréter chaque réponse en termes de *lieux notables* et d'*allées* du parc.

- Ce graphe est-il connexe ? *Justifier brièvement.*
- Ce graphe contient-il un sous graphe complet d'ordre 4 ? *Si oui on donnera les sommets engendrant le sous graphe.*
- Quelle est la distance entre les sommets O et E ? *Justifier brièvement.*
- Quel est le diamètre de ce graphe ? *Justifier brièvement.*

2. Promenades dans le parc

Un visiteur se rend régulièrement dans ce parc et se demande si les promenades suivantes sont possibles :

Promenade 1 : passant par chacun des *lieux notables* du parc une et une seule fois

Promenade 2 : passant par chacune des *allées* du parc une et une seule fois

Promenade 3 : passant par chacune des *allées* du parc une et une seule fois, démarrant à l'entrée Ouest et terminant à l'entrée Est

Promenade 4 : passant par chacune des *allées* du parc une et une seule fois, démarrant à l'entrée Ouest et terminant à cette même entrée

Pour chacune d'entre elles, indiquer si une telle promenade est possible.

Si c'est le cas, donner un exemple d'une telle promenade ; si ce n'est pas le cas, expliquer pourquoi et indiquer une modification simple du parc permettant de rendre la promenade possible.