# COMPARAISONS DE NOMBRES

## 1 Activités

**ACTIVITÉ 1**

Dans la partie (1) du tableau page 3, les deux colonnes sont complètes.

- Dans la première ligne, le crochet est tourné de côté de la partie en gras, pour indiquer que 2 appartient à l'ensemble.
- Dans la deuxième ligne, le crochet n'est pas tourné du côté de la partie en gras, pour indiquer que 1 n'appartient pas à l'ensemble.

Compléter le reste du tableau.

**ACTIVITÉ 2** *Doubles inégalités*

On considère un nombre $a$ tel que $2 < a < 3$.

1. Compléter les double-inégalités suivantes :
   - $\ldots < 2a < 6$
     $1 < 2a - 3 < \ldots$
   - $\ldots < -3a < -6$
     $-5 < -3a + 4 < \ldots$
   - $8 < 4a < \ldots$
     $\ldots < 4a + 5 < 17$
   - $-15 < -5a < \ldots$
     $\ldots < -5a - 1 < -6$
2. Encadrer de même les nombres :
   - $7a - 4$ ;
   - $1 - 2a$ ;
   - $-5a - 6$.

## 2 Bilan et compléments

### 2.1 Propriétés

On admettra les propriétés suivantes (certaines seront démontrées plus tard dans l'année) :

**Propriété 1** *Égalités et comparaisons*

*Quels que soient les réels a, b et c :*

- $a = b$ *équivaut à* $a - b = 0$ ;
- $a = b$ *équivaut à* $a + c = b + c$ ;
- *Si* $c \neq 0$ , $a = b$ *équivaut à* $ac = bc$.

**Propriété 2** *Ordre, inégalité et comparaisons*

*Quels que soient les réels a, b et c :*

- $a - b \geq 0$ *équivaut à* $a \geq b$ ;
- $a - b > 0$ *équivaut à* $a > b$ ;
- $a - b \leq 0$ *équivaut à* $a \leq b$ ;
- $a - b < 0$ *équivaut à* $a < b$ ;
- *Si* $a \leq b$ *et* $b \leq c$ *alors* $a \leq c$.

**Propriété 3** *Ordre et opérations*

*Quels que soient les réels a, b, c et d :*

- $a \leq b$ *équivaut à* $a + c \leq b + c$ ;
- *Pour* $c > 0$, $a \leq b$ *équivaut à* $ac \leq bc$ ;
- *Pour* $c < 0$, $a \leq b$ *équivaut à* $ac \geq bc$ ;
- *Si* $a \leq b$ *et* $c \leq d$ *alors* $a + c \leq b + d$ ;
- *Si* $0 \leq a \leq b$ *et* $0 \leq c \leq d$ *alors* $0 \leq ac \leq bd$.

**Propriété 4** *Ordre et inverse, carré, cube et racine*

*Soit a et b des réels :*

- *Si* $0 < a \leq b$ *alors* $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$ ;
- *Si* $0 \leq a \leq b$ *alors* $a^2 \leq b^2$ ;
- *Si* $a \leq b \leq 0$ *alors* $a^2 \geq b^2$ ;
- *Si* $0 \leq a \leq b$ *alors* $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$.

## 3 Intervalles

**Définition 1** *Intervalles bornés*

*Soient a et b deux réels tels que* $a < b$.

- *L'ensemble des réels x tels que* $a < x < b$ *est appelé* l'intervalle ouvert $a$, $b$ *et noté* $]a; b[$.
- *L'ensemble des réels x tels que* $a \leq x \leq b$ *est appelé* l'intervalle fermé a, b *et noté* $[a; b]$.

*Remarque.* L'intervalle peut être ouvert à droite, fermé à gauche et réciproquement.

**Définition 2** *Intervalles non bornés*

*Soient a un réel.*

- *L'ensemble des réels x tels que* $x > a$ *est appelé* l'intervalle ouvert $a$, plus l'infini *et noté* $]a; +\infty[$.
- *L'ensemble des réels x tels que* $x < a$ *est appelé* l'intervalle ouvert moins l'infini, $a$ *et noté* $]-\infty; a[$.

*Remarque.* L'intervalle peut être fermé en $a$ dans le cas où $x \geq a$ ou $x \leq a$.

**Définition 3** *Intersections d'intervalles*

*Soient I et J deux intervalles. On appelle intersection de I et de J, notée* $I \cap J$*, l'ensemble des x qui appartiennent en même temps à I et à J.*

**Définition 4** *Réunions d'intervalles*

*Soient I et J deux intervalles. On appelle réunion de I et de J, notée* $I \cup J$*, l'ensemble des x qui appartiennent à I ou à J.*

*Remarque.* *ou* signifie mathématiquement ici qu'il suffit que $x$ appartienne à l'un des deux pour qu'il appartienne à la réunion. Il n'est pas nécessaire que $x$ appartienne aux deux intervalles.

## 4 Exercices

**EXERCICE 1**

Résoudre les inéquations suivantes :

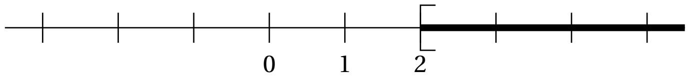
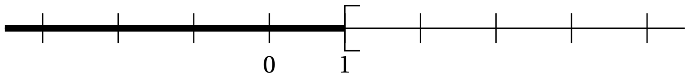
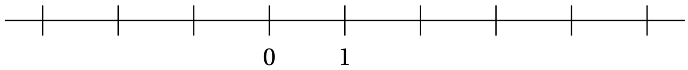
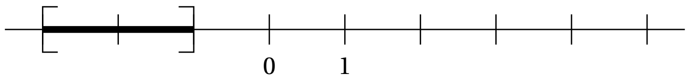
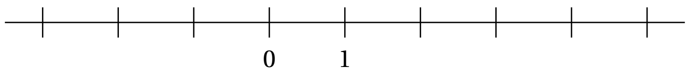
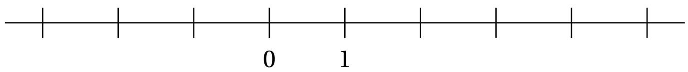
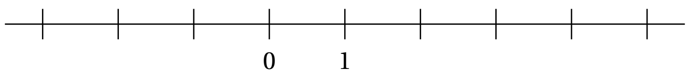
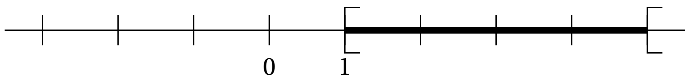
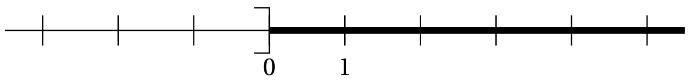
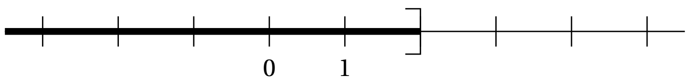
1. $-2(3-5x) > 1$.
2. $\dfrac{3x+4}{-1} \geq 2$.
3. $\dfrac{-2x-1}{4} < 3$.

**EXERCICE 2**

Compléter les tableaux suivants :

| $I \cap J$ | $]-\infty;3]$ | $[2;6]$ | $[-8;+\infty[$ | $[-10;-6]$ |
|---|---|---|---|---|
| $]-5;+\infty[$ | | | | |
| $[3;7]$ | | | | |
| $]-\infty;6[$ | | | | |
| $]-10;-7[$ | | | | |

| $I \cup J$ | $]-\infty;3]$ | $[2;6]$ | $[-8;+\infty[$ | $[-10;-6]$ |
|---|---|---|---|---|
| $]-5;+\infty[$ | | | | |
| $[3;7]$ | | | | |
| $]-\infty;6[$ | | | | |
| $]-10;-7[$ | | | | |

| | Ensemble des réels $x$ tels que | Représentation de cet ensemble (partie en gras) |
|---|---|---|
| 1 | $x \geq 2$ |  |
| | $x < 1$ |  |
| 2 | $-1 < x \leq 3$ |  |
| | |  |
| | $0 \leq x \leq 4$ |  |
| | $-2 \leq x < 5$ |  |
| | $x > 2$ |  |
| | |  |
| | |  |
| | |  |

TAB. 1 – Tableau de l'activité 1