

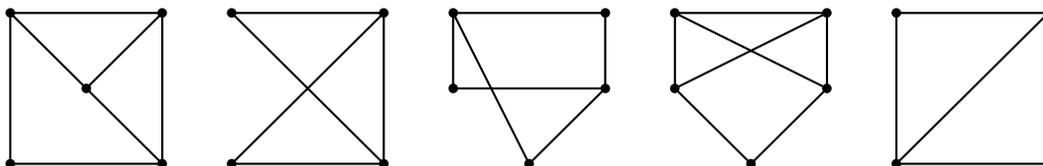
Devoir surveillé n° 1

Graphes – Premières notions

EXERCICE 1.1.

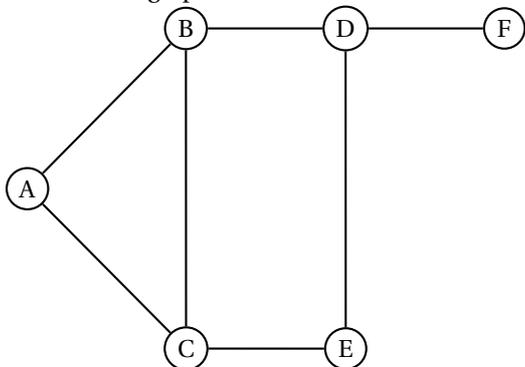
Parmi les graphes suivants, indiquer ceux pouvant modéliser des situations identiques.

On ne demande pas de justification quand les graphes sont indiqués comme identiques, mais on justifiera quand les graphes sont indiqués comme différents.



EXERCICE 1.2.

On donne le graphe suivant :



1. Citer deux sommets adjacents et deux sommets non adjacents. *Justifier brièvement.*
2. Citer un sommet pair et un sommet impair. *Justifier brièvement.*
3. Le graphe est-il complet? *Justifier brièvement.*
4. Le graphe contient-il un sous-graphe complet d'ordre 3? d'ordre 4? *Si oui donner les sommets par lesquels il est engendré.*
5. Le graphe contient-il un sous-graphe stable d'ordre 3? *Si oui donner les sommets par lesquels il est engendré.*
6. Donner la longueur de la chaîne ACBACED. *Justifier brièvement.*
7. Indiquer les distances entre chacun des sommets. *On pourra présenter sa réponse sous la forme d'un tableau.*
8. Donner le diamètre de ce graphe. *Justifier brièvement.*

EXERCICE 1.3.

Est-il possible que dans un groupe de six personnes (*on justifiera chaque réponse*) :

1. deux d'entre elles aient 2 amis et les quatre dernières 1 ami?
2. quatre d'entre elles aient 2 amis, une d'entre elles 4 amis et la dernière 6 amis?
3. cinq d'entre elles aient 3 amis et la dernière 2 amis?

EXERCICE 1.4.

Donner tous les graphes *simples* (sans boucle ou arête parallèle) d'ordre 4.

EXERCICE 1.5.

Soit K_n le graphe complet d'ordre n .

1. Quel est le nombre de sommets de K_n ? *Justifier brièvement.*
2. Quel est le degré de chacun de ses sommets? *Justifier brièvement.*
3. En déduire que le nombre d'arêtes de K_n , noté a , est tel que $a = \frac{n(n-1)}{2}$.