Devoir surveillé n° 1

Suites

EXERCICE 1.
On donne ci-dessous l'évolution du prix d'un téléphone portable et du pain au fil des ans :

-

Années	2009	2010	2011
Prix (en euros)	400	360	324

-

Années	2009	2010	2011
Prix (en euros)	1	1,1	1,21

1. Justifier que ces prix ont été en progression constante.
2. On modélise le prix t_n du téléphone et le prix p_n du pain, en euros, pour l'année $(2009+n)$ par les formules suivantes :
   - $t_n = 400 \times 0,9^n$
   - $p_n = 1,1^n$

   Justifier que ces formules concordent avec les réponses de la question 1.
   On suppose, pour la suite, que le prix de ce téléphone et du pain suivront ces modèles à l'avenir.
3. Déterminer, à l'euro près, les prix du téléphone et du pain prévus en 2030.
4. (a) Frédérique compte acheter un téléphone chaque année de 2009 à 2030 inclus.
   Quelle sera la somme de ses dépenses, à l'euro près ?

   (b) Frédérique compte acheter un pain chaque jour du 1^er^ janvier 2009 au 31 décembre 2030 inclus (on ne tient pas compte des années bissextiles).
   Quelle sera la somme de ses dépenses, à l'euro près ?
5. (a) Quelles sont les limites de t_n et de p_n quand n tend vers $+\infty$? *Justifier.*

   (b) *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Déterminer en quelle année le téléphone commencera à coûter moins cher que le pain.

EXERCICE 2.
Une entreprise du secteur « Bâtiments et Travaux Publics » doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette pour respecter une nouvelle norme environnementale.
En 2007, l'entreprise rejettait 40 000 tonnes de déchets. Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année la quantité de déchets qu'elle rejette de 5 % par rapport à la quantité rejetée l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement de nouvelles activités.
Pour tout entier naturel n, on note r_n la quantité, en tonnes, de déchets pour l'année $(2007+n)$. On a donc $r_0 = 40000$.

1. (a) Calculer r_1 et r_2.

   (b) Cette suite est-elle arithmétique ? Cette suite est-elle géométrique ?

   Pour la suite, on admettra que $r_{n+1} = 0,95 r_n + 200$.
2. Soit (s_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $s_n = r_n - 4000$.

   (a) Démontrer que la suite (s_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

   (b) Pour tout entier naturel n, exprimer s_n en fonction de n.
   En déduire que, pour tout entier naturel n :
   $r_n = 36000 \times 0,95^n + 4000$.

   (c) La quantité de déchets rejetés diminue-t-elle d'une année sur l'autre ? *Justifier.*

   (d) Déterminer la limite de la suite (r_n) quand n tend vers $+\infty$.

   (e) Calculer une estimation, en tonnes, et à une tonne près, de la quantité de rejets en 2011.

3. L'entreprise s'est engagée, à terme, à rejetter moins de 30 000 tonnes de déchets par an.
   On donne l'algorithme très incomplet ci-dessous.

```
ENTREE
   ..............................
INITIALISATION
   n PREND LA VALEUR 0
   r PREND LA VALEUR 40 000
   ..............................
TRAITEMENT
   TANT QUE ............... FAIRE
     ............................
     ............................
   FIN TANT QUE
SORTIE
   n
```

   (a) Recopier et compléter l'algorithme afin qu'il permette de déterminer le nombre d'années nécessaires pour que l'entreprise respecte son engagement.
   Toutes les lignes ne sont pas forcément à compléter et on pourra, au besoin, ajouter des lignes.

   (b) Programmer cet algorithme sur la calculatrice et indiquer la valeur de n obtenue.
   Interpréter ce résultat.