

**Exercice n°1:**

- 1) a) L'image de  $-1$  par  $f$  est égale à  $4,5$ .
- b)  $f(2) = -1$ .
- c) Le nombre  $4,5$  a pour antécédents  $-3$  et  $-1$ .
- d) L'équation  $f(x) = 0$  a pour ensemble de solutions :  $\{1; 7,5\}$ .
- 2) L'inéquation  $f(x) < 1$  a pour ensemble de solutions :  $]0,5; 7,7[$ .
- 3) L'inéquation  $f(x) < -2$  n'a pas de solution.
- 4) L'équation  $f(x) = k$  admet exactement 3 solutions lorsque  $k$  est compris entre  $2$  et  $3$  (au sens large).

**Exercice n°2:**

- 1)  $f(-3) = \left(\frac{1}{2} \times (-3) + 1\right) \times (-3 - 3) = \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-6) = 3$ .
- 2) Pour déterminer les antécédents de  $0$  pour  $f$ , il faut résoudre l'équation  $f(x) = 0$ .

$$\begin{aligned}
 f(x) = 0 &\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}x + 1\right)(x - 3) = 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 1 = 0 \text{ ou } x - 3 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{1}{2}x = -1 \text{ ou } x = 3 \\
 &\Leftrightarrow x = -2 \text{ ou } x = 3
 \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'équation  $f(x) = 0$  est donc  $\{-2; 3\}$ .

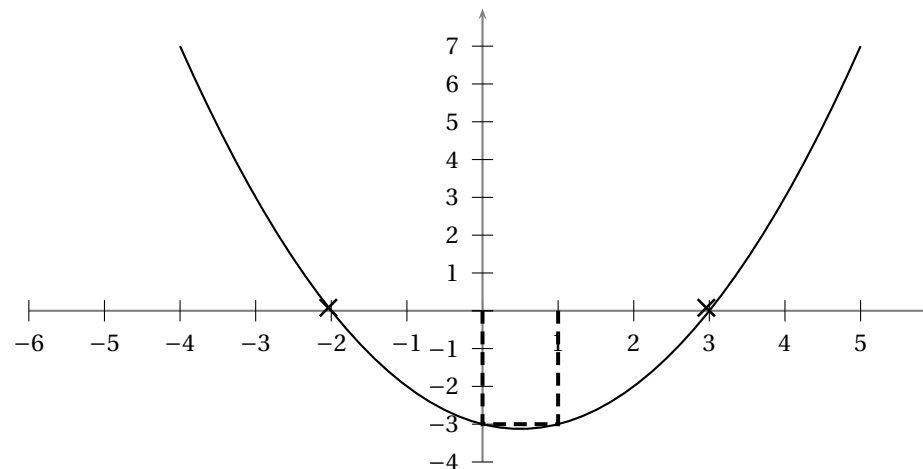
$$3) f(x) = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)(x - 3) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + x - 3 = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 3.$$

$$\begin{aligned}
 4) f(x) = -3 &\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 3 = -3 \\
 &\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x = 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{1}{2}x(x - 1) \\
 &\Leftrightarrow \frac{1}{2}x = 0 \text{ ou } x - 1 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1.
 \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'équation  $f(x) = -3$  est donc  $\{0; 1\}$ .

5)

|        |    |    |    |    |        |    |    |   |   |   |
|--------|----|----|----|----|--------|----|----|---|---|---|
| $x$    | -4 | -3 | -2 | 0  | 0,5    | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 |
| $f(x)$ | 7  | 3  | 0  | -3 | -3,125 | -3 | -2 | 0 | 3 | 7 |

**Exercice n°3:****Partie 1**

$$1) \overrightarrow{AB} \begin{cases} x_B - x_A = 2 - (-2) = 4 \\ y_B - y_A = 5 - 3 = 2 \end{cases}$$

$$2) \text{ On a } \overrightarrow{DC} \begin{cases} x_C - x_D = 22 - x_D \\ y_C - y_D = -35 - y_D \end{cases} \text{ et } ABCD \text{ est un parallélogramme si, et seule-}$$

ment si  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ , ce qui donne le système :  $\begin{cases} 4 = 22 - x_D \\ 2 = -35 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 18 \\ y_D = -37 \end{cases}$  donc  $D(18; -37)$ .

$$3) AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(22 - (-2))^2 + (-35 - 3)^2} = \sqrt{2020} = 2\sqrt{505}.$$

$$4) BD = \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{(2 - 18)^2 + (5 - (-37))^2} = \sqrt{2020} = 2\sqrt{505}.$$

$ABCD$  est un parallélogramme dont les deux diagonales  $AC$  et  $BD$  ont la même longueur, c'est donc un rectangle.

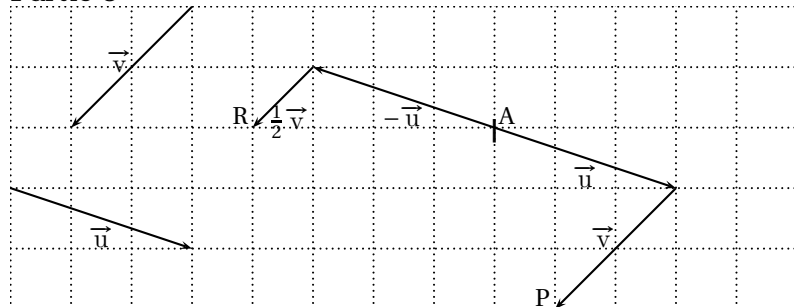
*Remarque : il y a bien d'autres façons de prouver que  $ABCD$  est un rectangle*

**Partie 2**

Hervé ne peut pas appliquer la relation de Chasles à la somme  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$  car l'origine du 2<sup>e</sup> vecteur n'est pas égal à l'extrémité du premier.

Par contre  $ABCD$  est un parallélogramme donc  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$  et il peut écrire :  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .

### Partie 3



### Exercice n°4:

- La fonction  $f$  est une fonction polynôme du second degré, appelée aussi trinôme du second degré et sa courbe représentative est une parabole.
- $2(x-1)^2 - 8 = 2(x^2 - 2x + 1) - 8 = 2x^2 - 4x + 2 - 8 = 2x^2 - 4x - 6$   
donc  $f(x) = 2(x-1)^2 - 8$ .
- $2(x-3)(x+1) = 2(x^2 + x - 3x - 3) = 2(x^2 - 2x - 3) = 2x^2 - 4x - 6$   
donc  $f(x) = 2(x-3)(x+1)$ .
- La forme canonique de  $f$  est  $f(x) = 2(x-1)^2 - 8$  donc l'abscisse du sommet est égale à 1.
  - $(\mathcal{C}_f)$  coupe  $(Ox)$  lorsque  $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2(x-3)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 3$  ou  $x = -1$ . Donc  $(\mathcal{C}_f)$  coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses  $-1$  et  $3$ .
  - La forme canonique de  $f$  est  $f(x) = 2(x-1)^2 - 8$  donc le minimum de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  est égal à  $-8$ .

d)

|        |           |      |           |
|--------|-----------|------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | 1    | $+\infty$ |
| $f(x)$ |           | $-8$ |           |

- e) Je résous  $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$  et  $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$

|               |           |      |     |           |
|---------------|-----------|------|-----|-----------|
| $x$           | $-\infty$ | $-1$ | $3$ | $+\infty$ |
| $2$           |           | $+$  | $+$ | $+$       |
| $x-3$         |           | $-$  | $0$ | $+$       |
| $x+1$         |           | $-$  | $0$ | $+$       |
| $2(x-3)(x+1)$ |           | $+$  | $0$ | $+$       |

- f)  $f(x) = -6 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 6 = -6 \Leftrightarrow 2x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$  ou  $x = 2$ .  
Donc l'ensemble des solutions de l'équation  $f(x) = -6$  est  $\{0; 2\}$ .

### Exercice n°5:

#### Partie 1

- On a :  $\frac{1 \times 3,2 + 4 \times 3,6 + \dots + 7 \times 4,8}{50} = 4,2$  donc la taille moyenne d'un alligator mâle est de 4,2 mètres.
- 44 alligators sur un total de 100 sont dans l'intervalle  $[3,8; 4,2[$  ce qui correspond à une fréquence de  $\frac{44}{100} = 0,44 = 44\%$ .

**Partie 2** Les alligators étant prélevés au hasard, nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

- $p(A) = \frac{74}{100} = 0,74$  et  $p(M) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ .
- $\bar{A}$  est l'événement : « l'alligator a une taille supérieure ou égale à 4,2 m » et  $p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 0,26$ .
- $A \cap M$  est l'événement : « l'alligator est un mâle mesurant strictement moins de 4,2 mètres » et  $p(A \cap M) = \frac{26}{100} = 0,26$ .
- $p(A \cup M) = p(A) + p(M) - p(A \cap M) = 0,74 + 0,5 - 0,26 = 0,98$ .

### Exercice n°6:

|                 | Entrée |     |     | Sortie pour l'algorithme 1 | Sortie pour l'algorithme 2 |
|-----------------|--------|-----|-----|----------------------------|----------------------------|
|                 | A      | B   | C   |                            |                            |
| 1) Premier test | 3      | -1  | 27  | -1                         | 27                         |
| Deuxième test   | 2      | 7   | 12  | 2                          | 12                         |
| Troisième test  | 4,5    | 7,5 | 1,5 | 1,5                        | 7,5                        |

- Le 1<sup>er</sup> algorithme affiche le plus petit des trois nombres A, B, C et le 2<sup>e</sup> algorithme affiche le plus grand.

### Exercice n°7:

Méthode choisie : Repère et vecteurs colinéaires.

Dans le repère  $(A, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB})$ , on a les coordonnées :  $E\left(\frac{21}{8}; 0\right)$ ,  $F(1; 1)$  et  $C\left(0; \frac{13}{8}\right)$ .

Le vecteur  $\overrightarrow{EF}$  a pour coordonnées :  $\left(-\frac{13}{8}; 1\right)$  et le vecteur  $\overrightarrow{FC}$  a pour coordonnées :  $\left(-1; \frac{5}{8}\right)$ .

On obtient :  $-\frac{13}{8} \times \frac{5}{8} - 1 \times (-1) = \frac{1}{64} \neq 0$ , les vecteurs  $\overrightarrow{EF}$  et  $\overrightarrow{FC}$  ne sont pas colinéaires, donc les points E, F et C ne sont pas alignés.