Devoir surveillé n°7

Dérivation – Variables aléatoires

EXERCICE 7.1 (5 points)**.**
On considère une roue de fête foraine circulaire partagée en 8 secteurs de même mesure telle qu'il y a :

- 1 secteur de couleur rouge (R) ;
- 2 secteurs de couleur bleue (B) ;
- 5 secteurs de couleur verte (V).

Pour participer à ce jeu, chaque joueur doit payer 2 euros et faire tourner la roue sur son axe central suffisamment fort pour qu'on puisse considérer que la roue a la même probabilité de s'arrêter sur chaque secteur et, selon la couleur du secteur sur laquelle la roue s'arrête, le joueur gagne :

- 0 euro si c'est le vert ;
- 3 euros si c'est le bleu ;
- 5 euros si c'est le rouge.

On appelle X la variable aléatoire qui à chaque couleur associe le gain final (gain − mise de départ) correspondant.

1. Décrire la loi de probabilité associée à la variable aléatoire X *(on la présentera sous forme de tableau).*
2. (a) Calculer l'espérance de la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
   (b) Interpréter le résultat en terme de partie et de gain.
   (c) Qui est le plus avantagé : l'organisateur ou le joueur ?
3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   On dit que le jeu est équitable lorsque l'éspérance de gain est égale à 0, car, alors, ni l'organisateur, ni le joueur ne sont avantagés. Comment modifier les gains pour que le jeu soit équitable ?

EXERCICE 7.2 (5 points)**.**
On trouve sur le site de la Française des jeux les extraits de règlement suivants :

Astro Le prix de vente d'un ticket est fixé à 2 euros.
Pour 1 500 000 tickets imprimés, le tableau des gains est le suivant :

Nombre de tickets	Montant du gain (en euros)
2	20 000
4	2 000
20	150
700	50
13 000	18
82 000	8
117 000	4
268 000	2

Soit 480 726 tickets gagnants pour un montant total des gains de 1 980 000 euros.

Banco Le prix de vente d'un ticket est fixé à 1 euro.
Pour 1 500 000 tickets imprimés, le tableau des gains est le suivant :

Nombre de tickets	Montant du gain (en euros)
2	2 000
268	200
1 000	50
1 500	20
42 000	10
115 000	2
158 000	1

Soit 317 770 tickets gagnants pour un montant total des gains de 945 600 euros.

1. Calculer l'espérance de gain de chacun des deux jeux.
2. Calculer l'écart-type de chacun de ces deux jeux.
3. Comparer ces deux jeux en utilisant les résultats, interprétés, des questions précédentes.

EXERCICE 7.3 (5 points)**.**
On appelle $\mathscr{C}$ la représentation graphique de la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 2} \text{ où } a, b \in \mathbb{R}$$

1. Déterminer $f'(x)$.
2. Déterminer a et b tels que la droite d'équation $y = 8$ soit tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 3.
3. Déterminer l'abscisse de l'autre point de $\mathscr{C}$ où la tangente est horizontale.