

Devoir surveillé n°6

Dérivation

EXERCICE 6.1 (3 points).

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

• $f(x) = (2x - 1)(4x + 3)$

• $g(x) = (x^2 + 2x + 3)\sqrt{x}$

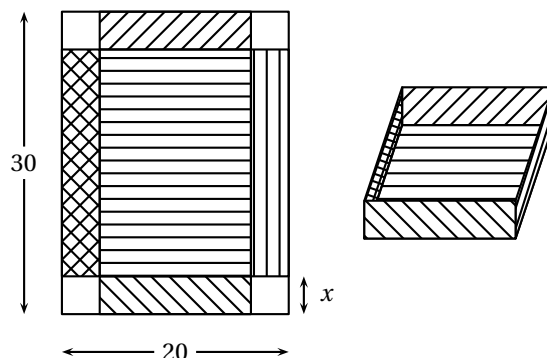
• $h(x) = \frac{1}{x^3 + 2x^2}$

EXERCICE 6.2 (3,5 points).

On dispose d'une feuille de dimensions 20 cm $\times$ 30 cm avec laquelle on veut fabriquer une boîte sans couvercle. Pour cela on découpe aux quatre coins de la feuille un carré de côté x . On obtient le patron de la boîte.

L'objectif de cet exercice est de déterminer pour quelle(s) valeur(s) de x , le volume de la boîte $V(x)$ est le plus grand.

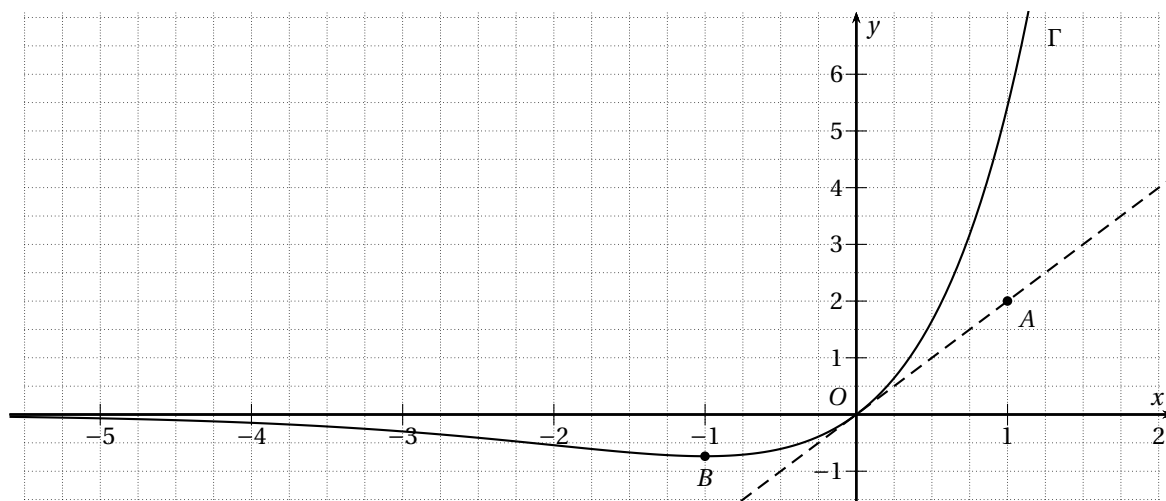
1. Quelles sont les valeurs possibles pour x ?
2. (a) Montrer que $V(x) = x(30 - 2x)(20 - 2x)$.
(b) Étudier les variations de V .
(c) En déduire la (ou les) valeur(s) de x pour laquelle (lesquelles) le volume de la boîte est maximum. On donnera le(s) résultat(s) au millimètre.



EXERCICE 6.3 (3 points).

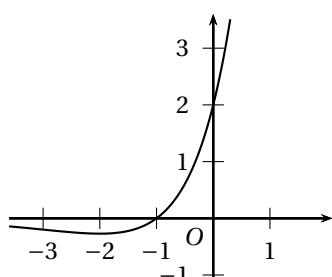
On a représenté ci-dessous la courbe représentative Γ , dans un repère orthonormal, d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

La courbe Γ passe par l'origine O du repère et la droite (OA) , où $A(1; 2)$, est la tangente en O à Γ . La tangente à Γ en son point B d'abscisse -1 est parallèle à l'axe des abscisses.

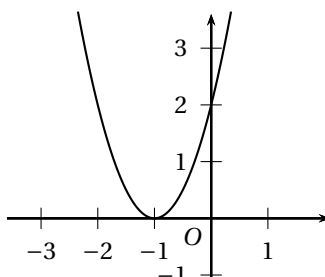


1. En justifiant, déterminer les valeurs de $f'(0)$ et de $f'(-1)$.
2. Parmi les trois représentations graphiques de la figure ci-dessous, l'une représente la fonction dérivée f' de f . Déterminer laquelle en justifiant sa réponse.
3. Parmi les trois représentations graphiques de la figure ci-dessous, l'une représente une fonction F telle que $F' = f$. Déterminer laquelle en justifiant sa réponse.

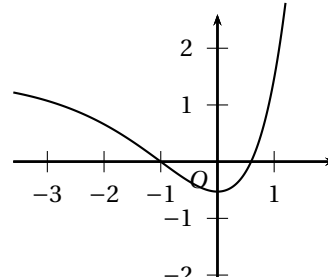
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



EXERCICE 6.4 (10,5 points).

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par : $f(x) = \frac{x^2 + 12x + 24}{2x + 4}$.

On appelle $\mathcal{C}$ sa représentation graphique dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Montrer que $f'(x) = \frac{2x^2 + 8x}{(2x + 4)^2}$ pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
2. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation en indiquant les extremums locaux.
3. Déterminer les coordonnées des points de la courbe $\mathcal{C}$:
 - (a) où la tangente à la courbe est parallèle à l'axe des abscisses.
 - (b) où la tangente à la courbe a pour coefficient directeur $-1,5$.
 - (c) où la courbe intercepte les axes du repère.
4. Δ est la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x + 5$. Déterminer les positions relatives de la courbe $\mathcal{C}$ et de la droite Δ selon les valeurs de x .
5. Sur le repère ci-dessous :
 - (a) Placer les points trouvés aux questions précédentes.
 - (b) Tracer Δ et les tangentes que l'on peut déduire des questions précédentes.
 - (c) Tracer $\mathcal{C}$.

