

FLUCTUATIONS D'ÉCHANTILLONAGE

Rappels :

- *l'effectif d'un résultat est le nombre de fois que ce résultat apparaît ;*
- *la fréquence d'un résultat est l'effectif total divisé par l'effectif total.*

1 Activités

ACTIVITÉ 1

Expériences de lancers de dés

1. Par groupe de deux élèves

(a) Lancers.

On notera les résultats dans les tableaux 1 page suivante.

- l'un lance un dé à six faces 50 fois, l'autre note le résultat obtenu ;
- on recommence en permutant les rôles ;
- chaque groupe de deux obtient alors deux tableaux de cinquante résultats et complète les trois tableaux de fréquence.

(b) Graphiques.

Les graphiques sont à faire dans les repères de la page 3.

On note en abscisses les numéros des faces du dé et en ordonnées les fréquences de chacun de chacun des numéros.

- Faire les diagrammes des fréquences de vos résultats et de ceux de votre voisin sur un même graphique en utilisant deux couleurs différentes.
- Faire les diagrammes des fréquences de votre groupe sur le graphique suivant.

2. Par colonne puis pour la classe

(a) Lancers.

On notera les résultats dans les tableaux 2 page suivante.

- relever les résultats de tous les groupes de deux élèves de votre colonne et compléter le quatrième tableau de fréquence ;
- relever enfin les résultats de tous les élèves de la classe et compléter le dernier tableau.

(b) Graphiques.

Les graphiques sont à faire dans les repères de la page 3.

- Faire les diagrammes des fréquences de votre colonne.
- Faire les diagrammes des fréquences de votre classe sur le graphique suivant.

3. Comparaison des graphiques

(a) Comparer le diagramme de vos fréquences à celui de votre voisin.

(b) Comparer le diagramme des fréquences de votre groupe à celui d'autres groupes.

(c) Comparer le diagramme des fréquences de votre colonne à celui d'autres colonnes puis à celui de la classe.

(d) Que constate-t-on ?

Ce phénomène s'appelle *fluctuation d'échantillonnage sur des séries de même taille.*

TAB. 1 – Groupe de deux élèves

Mes 50 lancers

Tableau de fréquence de mes résultats

Face	Effectif	Fréquence
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Total	50	

Ceux de mon voisin

Tableau de fréquence des résultats de mon voisin

Face	Effectif	Fréquence
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Total	50	

Tableau de fréquence de mon groupe

Face	Effectif	Fréquence
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Total	100	

TAB. 2 – Pour la colonne puis pour la classe

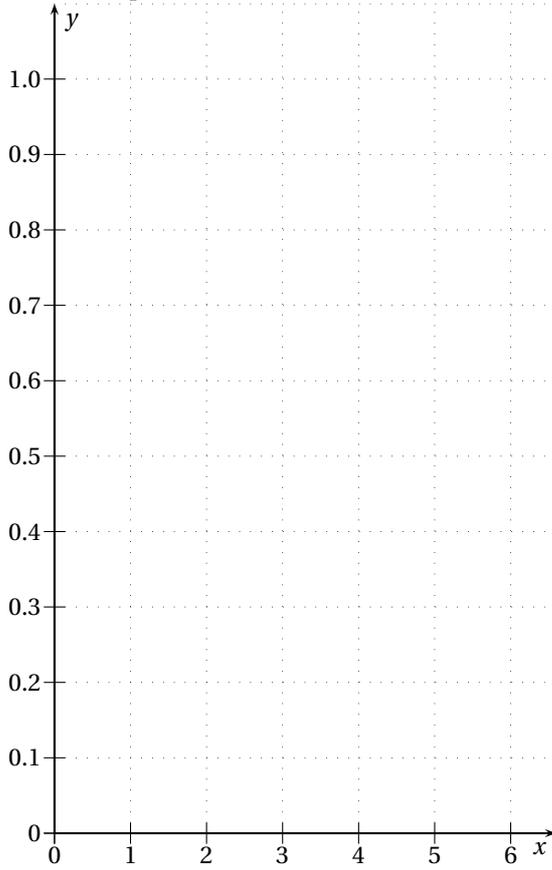
Tableau de fréquence de ma colonne

Face	Effectif	Fréquence
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Total		

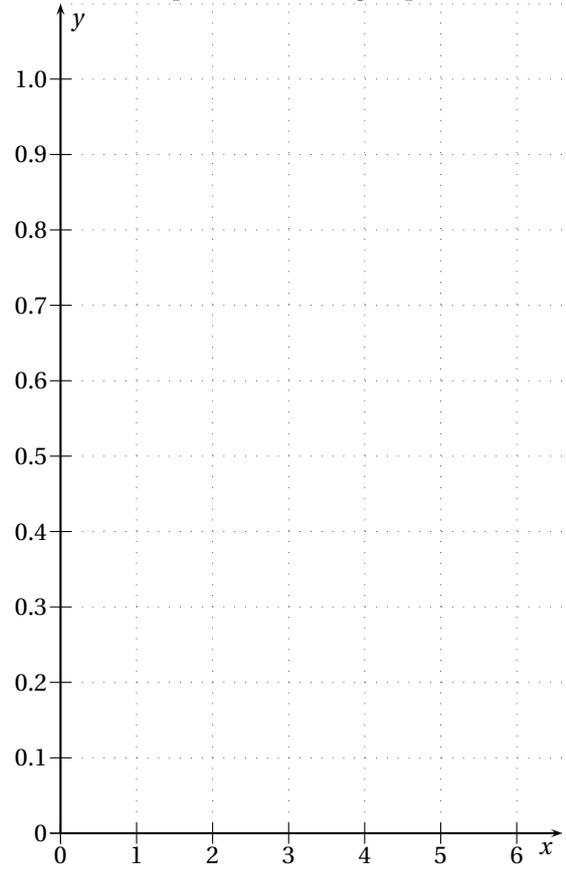
Tableau de fréquence de la classe

Face	Effectif	Fréquence
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Total		

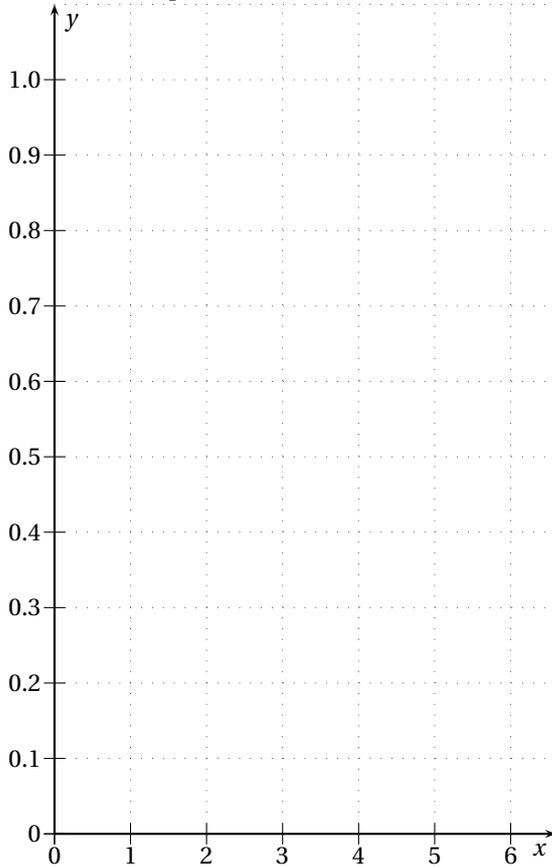
Mes fréquences et celles de mon voisin



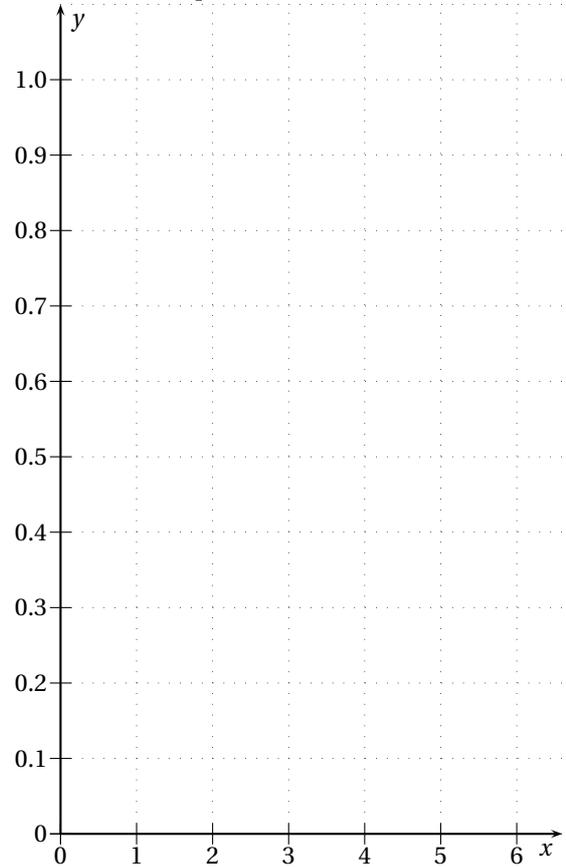
Les fréquences de mon groupe



Les fréquences de ma colonne



Les fréquences de la classe



ACTIVITÉ 2

Marche à cinq pas

On se pose la question suivante :

On place un pion sur un axe gradué à la position 0. Au hasard, le pion avance ou recule d'un pas. Il fait cinq pas. Quelle est sa position d'arrivée sur l'axe ?

Il y a différentes manières de jouer à ce jeu. Expliquez comment vous feriez :

- avec une pièce de monnaie ;
 - avec un dé ;
 - avec les résultat de vos lancers de dés de l'activité
- précédente ;
- avec la touche *random* de la calculatrice.

C'est la dernière méthode que nous allons utiliser dans une première partie puis regarderons ce qu'un ordinateur peut donner comme résultats.

Partie A : Avec la touche *random* de la calculatrice

1. Par groupe de deux

(a) 25 marches

- l'un indique le résultat de la calculatrice ;
- l'autre effectue la marche dans le tableau 3 de la présente page et note d'une croix bien visible **la case d'arrivée au bout de cinq pas** ;
- le groupe procède ainsi 25 marches à cinq pas ;
- le groupe fait ensuite le total des arrivées et calcule les fréquences ;
- on inverse les rôles pour 25 nouvelles marche à cinq pas.

(b) Tableaux des fréquences puis graphiques

- Le groupe complète ensuite les tableaux de fréquence et construit les diagrammes des fréquences.

2. Par colonne puis pour la classe

Relever les résultats de votre colonne puis de la classe pour compléter les derniers tableaux de fréquence et construire les diagrammes des fréquences.

TAB. 3 – Les 25 marches à cinq pas

	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Marche 1											
Marche 2											
Marche 3											
Marche 4											
Marche 5											
Marche 6											
Marche 7											
Marche 8											
Marche 9											
Marche 10											
Marche 11											
Marche 12											
Marche 13											
Marche 14											
Marche 15											
Marche 16											
Marche 17											
Marche 18											
Marche 19											
Marche 20											
Marche 21											
Marche 22											
Marche 23											
Marche 24											
Marche 25											
Total											
Fréquences											

TAB. 4 – Tableaux des fréquences

Fréquences de mes 25 marches

Arrivée	Effectif	Fréquence
-5		
-3		
-1		
1		
3		
5		

Fréquences de celles de mon voisin

Arrivée	Effectif	Fréquence
-5		
-3		
-1		
1		
3		
5		

Fréquences de mon groupe

Arrivée	Effectif	Fréquence
-5		
-3		
-1		
1		
3		
5		

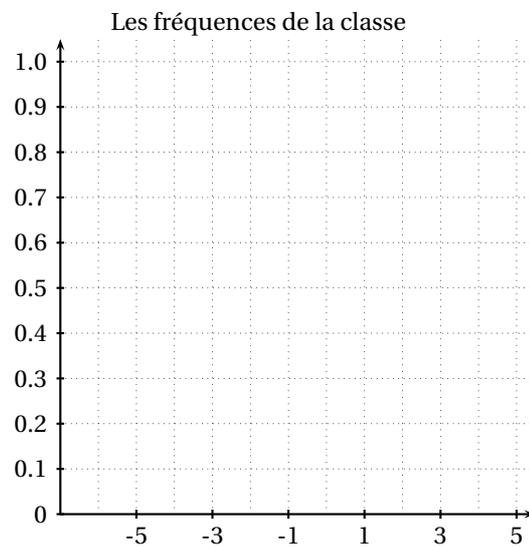
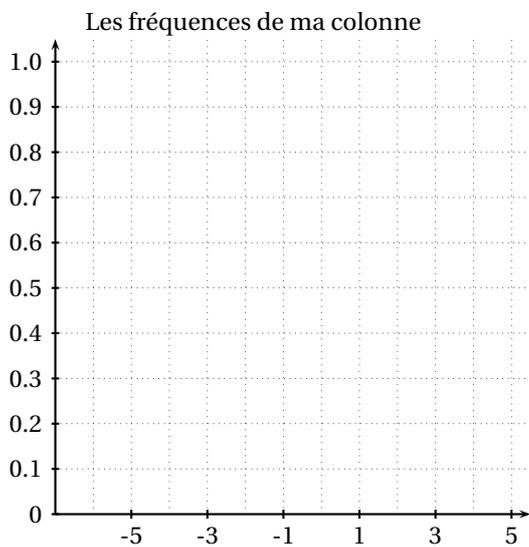
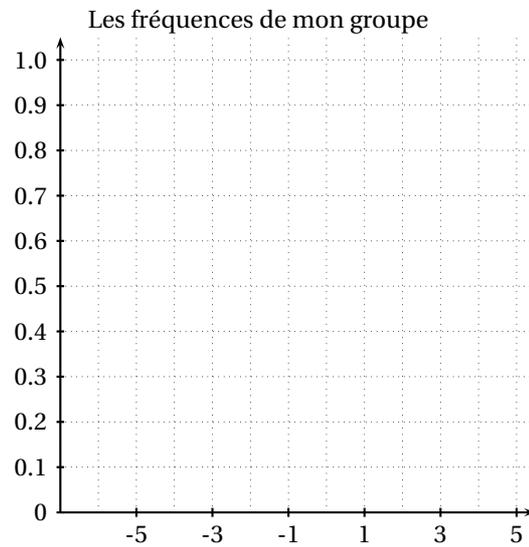
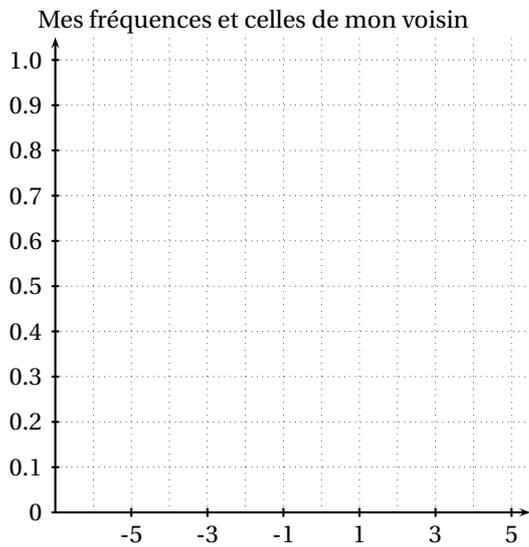
TAB. 5 – Colonne et classe

Fréquences des 25 marches de ma colonne

Arrivée	Effectif	Fréquence
-5		
-3		
-1		
1		
3		
5		

Fréquences de celles de la classe

Arrivée	Effectif	Fréquence
-5		
-3		
-1		
1		
3		
5		



Partie B : Résultats de simulation par ordinateur

Le tableau ci-dessous donne une liste de 10 séries de 100 marches, obtenues avec un ordinateur.

	-5	-3	-1	1	3	5
Série 1	4	11	42	26	13	4
Série 2	3	21	33	21	20	2
Série 3	4	14	33	27	18	4
Série 4	6	19	34	20	14	7
Série 5	4	11	34	31	16	4
Série 6	2	23	25	28	19	3
Série 7	4	14	36	28	16	2
Série 8	0	15	38	26	19	2
Série 9	3	12	29	29	24	3
Série 10	1	16	31	34	14	4

1. Remplir le tableau des fréquences :

	-5	-3	-1	1	3	5
Série 1						
Série 2						
Série 3						
Série 4						
Série 5						
Série 6						
Série 7						
Série 8						
Série 9						
Série 10						

2. Donner un encadrement des fréquences pour chaque événement :

- ≤ Fréquence de l'arrivée -5 ≤
- ≤ Fréquence de l'arrivée -3 ≤
- ≤ Fréquence de l'arrivée -1 ≤
- ≤ Fréquence de l'arrivée 1 ≤
- ≤ Fréquence de l'arrivée 3 ≤
- ≤ Fréquence de l'arrivée 5 ≤

3. Calculer les fréquences des événements pour ces 1 000 marches.

4. Comparer ces résultats obtenus avec un ordinateur avec ceux obtenus par simulation avec la touche *random* de la calculatrice.

5. Répondre aux questions suivantes :

- Si je fais 10 marches, suis-je sûr que $0,25 \leq$ fréquence de l'arrivée $-1 \leq 0,36$?
- Si je fais 100 marches, suis-je sûr que $0,25 \leq$ fréquence de l'arrivée $-1 \leq 0,36$?

6. On peut démontrer (mais pas en Seconde) que, si on joue un très grand nombre de fois, les fréquences des événements $-5; -3; -1; 1; 3; 5$ tendent à se rapprocher respectivement des nombres $\frac{1}{2^5}; \frac{5}{2^5}; \frac{10}{2^5}; \frac{10}{2^5}; \frac{5}{2^5}; \frac{1}{2^5}$. Comparer ces nombres avec les résultats obtenus dans l'activité initiale (avec la touche *random*) et avec l'ordinateur.

2 Exercices

EXERCICE 1

On lance deux dés et on note **la somme des deux nombres obtenus**.

- Quels sont les résultats possibles ?
- Avec la table de nombres aléatoires entiers de 1 à 6 donnée ci-dessous, simuler 25 lancers en expliquant votre façon de procéder.

```

4 4 1 6 1 1 2 2 5 2 4 6 2 5 4 6 3 6 4 1
5 5 3 4 1 3 1 3 2 3 4 4 1 3 5 1 6 2 3 5
6 3 6 1 4 1 6 3 3 3 6 5 4 6 2 3 2 3 2 1
2 3 1 2 5 6 5 3 5 2 6 1 5 6 6 4 3 6 3 2
5 6 6 5 3 5 1 2 5 6 4 6 1 3 3 2 1 5 1 4

```

- Donner la suite des 25 résultats obtenus.
- Calculer les fréquences obtenues pour chaque résultat possible.
- Norbert a procédé lui aussi à une simulation de 25 lancers, avec une autre table de nombres aléatoires, et il a obtenu les résultats suivants :

Face	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectif	1	1	2	2	1	4	4	4	3	2	1

Comparer ces résultats à ceux de votre simulation.

- Une simulation à l'ordinateur a donné les résultats suivants :

Face	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Effectif	24	49	86	103	145	178	139	114	77	55	30

Comparer ces résultats à ceux de votre simulation.

EXERCICE 2

On lance deux dés et on note **le plus grand des deux nombres obtenus**.

- Quels sont les résultats possibles ?
- Avec la table de nombres aléatoires entiers de 1 à 6 donnée ci-dessous, simuler 50 lancers en expliquant votre façon de procéder.

```

4 3 5 4 6 6 1 6 1 6 3 6 1 1 3 1 6 1 5 4
3 6 5 3 2 2 1 1 5 1 4 6 4 6 5 4 2 3 1 4
1 2 3 4 5 4 3 3 2 5 1 4 2 1 5 2 6 3 4 1
4 3 6 1 1 3 6 2 1 4 5 5 1 1 1 3 5 2 5 6
3 5 6 5 3 5 5 1 3 1 3 6 1 3 1 6 4 2 3 5

```

- Donner la suite des 50 résultats obtenus.
- Calculer les fréquences obtenues pour chaque résultat possible.
- Une simulation à l'ordinateur a donné les résultats suivants :

Face	1	2	3	4	5	6
Effectif	25	79	141	203	234	318

Comparer ces résultats à ceux de votre simulation.

EXERCICE 3

Une urne contient 10 boules : **cinq** rouges, **trois** noires et **deux** blanches. On tire une boule et on regarde sa couleur.

1. Sur un très grand nombre de tirages, quelle fréquence prévoyez-vous pour le tirage d'une boule rouge ? d'une boule noire ? d'une boule blanche ?
2. Avec la table de nombres aléatoires entiers de 0 à 9 donnée ci-dessous, simuler 25 tirages en expliquant votre méthode.
Calculer les fréquences obtenues pour chaque couleur.
3. Comparer les résultats obtenus question 2. avec vos prévisions de la question 1.

5	3	9	4	1	7	9	0	7	8	0	9	7	9	4	6	1	1	1	5
1	3	8	6	0	5	0	5	2	4	2	2	3	6	3	1	3	4	8	1
4	8	0	8	3	5	3	4	2	6	5	2	2	3	6	4	3	5	4	0
9	2	7	9	2	2	2	8	8	3	1	7	0	2	8	4	4	4	1	6
7	1	3	0	6	9	0	7	2	9	6	9	0	9	9	8	1	1	6	0

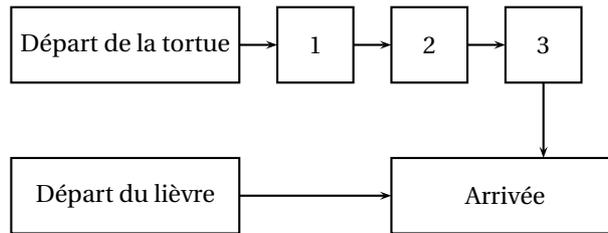
EXERCICE 4

Le lièvre et la tortue font la course.

Le lièvre se divertit longuement mais quand il part, il file à l'arrivée. La tortue, quant à elle, avance inexorablement mais lentement vers l'arrivée.

On considère qu'on peut assimiler cette course au lancement d'un dé :

- si le 6 sort, le lièvre avance ;
- sinon la tortue avance d'une case et au bout de 4 cases la tortue a gagné.



À l'aide de la table de nombres entiers aléatoires de 1 à 6 donnée estimez lequel de ces deux animaux a la situation la plus avantageuse et indiquez dans quelle proportion, d'après votre simulation, il va gagner.

1	6	5	1	4	6	5	1	3	3	5	3	2	1	6	5	3	1	4	1	5	4	4	3	5	4	2	6	6	4
2	1	3	4	1	5	2	2	1	2	6	3	4	5	3	2	5	6	3	5	5	5	6	4	2	6	6	5	4	6
1	1	2	1	6	3	3	5	4	5	6	5	5	5	2	5	3	3	1	2	3	3	1	5	4	2	5	2	6	2
5	6	2	6	6	6	6	6	6	2	4	4	6	2	1	4	4	4	5	6	3	3	2	5	4	1	4	2	6	1
5	6	2	6	5	1	4	3	6	2	3	6	3	4	2	3	3	3	1	1	5	6	6	3	5	4	4	3	6	2
2	4	6	4	4	4	2	3	6	5	5	4	2	3	6	3	1	2	3	2	3	6	5	6	6	1	3	2	1	5
1	5	2	6	1	4	2	4	1	3	5	1	5	2	3	1	4	4	5	5	2	3	3	1	5	6	6	6	2	6
1	2	3	4	3	1	5	5	6	3	6	5	4	2	1	6	3	1	1	4	2	4	6	4	2	6	1	3	1	3
4	6	1	2	5	6	2	5	5	4	2	4	1	5	3	3	3	2	6	3	2	2	5	2	3	3	4	1	2	1
6	3	6	5	4	1	2	2	2	5	1	1	4	2	6	6	2	3	6	1	2	3	5	2	5	5	4	4	4	1
4	2	1	4	5	6	2	5	1	5	3	2	5	6	6	6	6	3	1	4	4	1	5	4	6	3	2	2	4	3
3	3	4	5	3	1	1	5	2	5	1	4	5	4	6	2	4	3	3	3	2	4	5	2	6	3	3	2	2	1
1	5	3	6	2	4	4	4	3	5	3	2	6	4	1	2	1	6	2	4	5	2	3	5	3	4	2	5	6	6
6	5	5	4	3	6	1	5	4	1	3	1	4	6	6	4	6	3	6	5	5	6	3	2	2	5	2	4	4	5
5	6	3	4	1	4	5	5	6	1	3	5	1	2	3	5	1	4	2	4	1	6	4	4	6	2	1	1	1	2
1	2	3	4	4	4	1	1	3	1	1	4	3	1	1	5	5	3	4	1	3	2	2	2	4	2	4	2	6	3
3	2	4	4	6	4	4	1	5	4	2	6	6	2	3	6	4	4	5	3	2	6	3	2	3	5	1	6	6	5
4	2	5	6	3	4	2	6	1	2	4	2	4	2	1	6	4	6	1	6	1	2	3	6	5	6	1	5	1	4
6	2	1	5	5	4	1	1	6	5	2	6	6	5	3	6	2	5	5	3	6	1	5	4	4	6	2	2	2	6
2	5	6	3	5	5	3	6	4	1	5	2	5	4	5	5	3	4	5	1	3	4	2	4	5	3	1	3	2	2