

Devoir surveillé n° 1

Matrices

EXERCICE 1.1 (2 points).

Calculatrice déconseillée.

Le calcul ci-dessous est celui de $A \times B$ où A et B sont les matrices indiquées, mais il est incomplet.

Indiquer, sur votre copie, le détail du calcul du coefficient manquant et son résultat.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

EXERCICE 1.2 (3 points).

Calculatrice déconseillée.

Dans chacun des cas suivants, déterminer si les matrices proposées sont inverses l'une de l'autre en justifiant :

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

2. $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ et $D = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

EXERCICE 1.3 (4 points).

Calculatrice conseillée.

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

1. Calculer A^2 , A^3 et A^4 .
2. En déduire l'inverse de la matrice A .
3. On pose $B = A^2$. Déduire de ce qui précède l'inverse de B .

EXERCICE 1.4 (4 points).

Calculatrice déconseillée.

On donne :

• $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

• $A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

• $A^3 = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ -3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$

1. Calculer $A^3 - 3A^2 + 3A - I$ où I est la matrice identité d'ordre 3.
2. En déduire $A^3 - 3A^2 + 3A$.
3. En déduire, par un calcul matriciel, que A est inversible et donner une expression de A^{-1} .

EXERCICE 1.5 (7 points).*Calculatrice conseillée.*

Le tableau suivant donne la production mondiale de sucre brut en millions de tonnes (le rang 0 est à l'année 1900) :

année	1920	1940	1960	1970	1980	1990
rang x_i	2	4	6	7	8	9
production y_i	16,8	29,9	55,4	72	88	113,9

- Représenter le nuage de points $(x_i ; y_i)$ dans le repère de la figure ci-dessous.
- On envisage un modèle parabolique d'équation $y = ax^2 + bx + c$ pour $x \geq 0$ passant par les points $A(2; 16,8)$, $B(6; 55,4)$ et $C(9; 113,9)$.
 - Déterminer un système d'équation dont $(a; b; c)$ est solution.
 - À l'aide des matrices, résoudre ce système. On donnera les valeurs approchées de a , b et c à 10^{-3} .
- Pour la suite nous prendrons le modèle parabolique ayant l'équation suivante : $y = 1,4x^2 - 1,6x + 14$ pour $x \geq 0$.
 - Représenter le modèle dans le même repère. Semble-t-il satisfaisant ?
 - Estimer la production qu'on pouvait prévoir en 1995 (arrondie au dixième).
 - Estimer l'année où la production y atteindra 150 millions de tonnes.
- La production de sucre en 1995 a été de 116,4 millions de tonnes.
Quelle est l'erreur commise en pourcentage avec la prévision du 3b ?

