2$^{\text{nde}}$ 11 – Devoir surveillé n°9

Trinômes – Probabilités – Algorithmique

EXERCICE 9.1 (4 points).
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Dans cet exercice, pour chacune des questions, 3 réponses sont proposées, une seule est correcte. Pour chaque question, cocher la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Chaque bonne réponse rapporte un point, une question sans réponse ou avec une réponse fausse n'apporte ni ne retire aucun point.

1. Dans un groupe de personnes, 40 % pratiquent un sport, 30 % jouent d'un instrument de musique et 20 % font les deux. On choisit une personne de ce groupe au hasard. La probabilité qu'elle pratique un sport ou joue d'un instrument de musique est :

   ❒ $0,5$ ❒ $0,7$ ❒ $0,9$

2. On dispose d'un jeu de 52 cartes. On choisit une carte au hasard. On appelle A l'évènement : « La carte est un as » et P l'évènement : « La carte est un pique ». La probabilité de l'évènement $A \cup P$ est :

   ❒ $\frac{18}{52}$ ❒ $\frac{17}{52}$ ❒ $\frac{16}{52}$

3. On suppose qu'à chaque naissance il y a la même probabilité d'avoir un gars que d'avoir une fille. Un couple projete d'avoir deux enfants.
   (a) La probabilité que ce couple ait 2 filles est :

   ❒ $\frac{1}{2}$ ❒ $\frac{1}{3}$ ❒ $\frac{1}{4}$

   (b) La probabilité que ce couple ait au moins une fille est :

   ❒ $\frac{1}{2}$ ❒ $\frac{2}{3}$ ❒ $\frac{3}{4}$

EXERCICE 9.2 (4 points).
Compléter (sur l'énoncé) l'algorithme suivant, écrit en langage algobox, sachant qu'il prend comme argument un entier n et renvoit le nombre de diviseurs de n :

```
  VARIABLES
    n EST_DU_TYPE NOMBRE
    nombre_de_diviseurs EST_DU_TYPE NOMBRE
    k EST_DU_TYPE NOMBRE
  DEBUT_ALGORITHME
    AFFICHER "Entrer un entier"
    LIRE n
    nombre_de_diviseurs PREND_LA_VALEUR 0
    POUR k ALLANT_DE ... A ...
     DEBUT_POUR
     ................................................
     ................................................
     ................................................
     ................................................
     ................................................
     FIN_POUR
    AFFICHER n
    AFFICHER " admet "
    AFFICHER nombre_de_diviseurs
    AFFICHER " diviseur(s)"
 FIN_ALGORITHME
```

On rappelle qu'en langage algobox le reste de la division de x par y s'écrit $x \% y$.

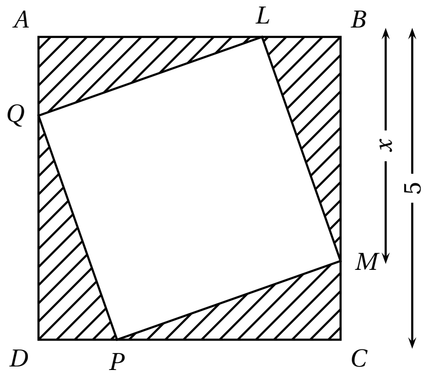
EXERCICE 9.3 (5 points)**.**
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x + 5$.

1. Montrer que $f(x) = 9 - (x-2)^2$ pour tout x.
2. Déterminer l'ensemble $\mathscr{S}$ des solutions de l'inéquation : $f(x) > 0$.
3. Déterminer l'ensemble $\mathscr{S}'$ des solutions de l'équation : $f(x) = -7$.

EXERCICE 9.4 (7 points)**.**
Soit $ABCD$ un carré de côté de mesure 5 cm et M un point de $[BC]$. On note :

- $x = BM$
- P, Q, L les points des segments respectifs $[CD]$, $[DA]$ et $[AB]$ tels que $CP = DQ = AL = BM = x$.

On admettra que les triangles hachurés ont la même aire.



1. Quel est l'ensemble I des valeurs possibles de x ?
   Par la suite, x désigne un réel appartenant à I.
2. Exprimer AQ en fonction de x.
3. Exprimer l'aire du triangle ALQ en fonction de x.
4. En déduire que l'aire $f(x)$ du quadrilatère $LMPQ$ peut s'écrire $f(x) = 2x^2 - 10x + 25$.
5. Montrer que $f(x)$ peut aussi s'écrire
$$f(x) = 2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{2}$$
6. (a) Compléter (sur l'énoncé) :
$$\begin{array}{cccccc}
 & x_1 & < & x_2 & < & \frac{5}{2} \\
\Leftrightarrow & x_1 - \frac{5}{2} & \ldots & x_2 - \frac{5}{2} & \ldots & 0 \\
\Leftrightarrow & \left(x_1 - \frac{5}{2}\right)^2 & \ldots & \left(x_2 - \frac{5}{2}\right)^2 & \ldots & \ldots \\
\Leftrightarrow & 2\left(x_1 - \frac{5}{2}\right)^2 & \ldots & 2\left(x_2 - \frac{5}{2}\right)^2 & \ldots & \ldots \\
\Leftrightarrow & 2\left(x_1 - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{2} & \ldots & 2\left(x_2 - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{2} & \ldots & \ldots \\
\Leftrightarrow & f(x_1) & \ldots & f(x_2) & &
\end{array}$$
   Donc la fonction f est .... sur l'intervalle ....

   (b) On admet que la fonction f est croissante sur l'intervalle $\left[\frac{5}{2} ; 5\right]$.
   En déduire le tableau des variations de f.
   En déduire que l'aire de $LMPQ$ admet un minimum et préciser la position de M pour laquelle ce minimum est atteint.