Chapitre 7

Fonction exponentielle

Sommaire

7.1 Activités

7.1.1 Exponentielle

1. Rappeler pourquoi l'équation $\ln(x) = m$, où m est un réel quelconque, admet une unique solution $x \in]0; +\infty[$.
2. On appelle *exponentielle de* x, le nombre y, noté $\exp(x)$, solution de l'équation $\ln(y) = x$.
   (a) Quel est l'ensemble de définition de la fonction $f(x) = \exp(x)$?
   (b) Montrer que $\exp(x) > 0$.
   (c) Déterminer par le calcul $\exp(2)$ et $\exp(-1)$.

7.1.2 Quelques propriétés de l'exponentielle

1. (a) Déterminer par le calcul $\ln(\exp(0))$ et $\ln(\exp(1))$.
   Que constate-t-on ? On admettra que c'est toujours vrai.
   On a donc, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\ln(\exp(x)) = \ldots\ldots$
   (b) Que peut-on dire alors de $\ln(\exp(a+b))$?
   En utilisant les propriétés algébriques du logarithme, exprimer plus simplement $\ln(\exp(a) \times \exp(b))$.
   Qu'en conclure ?
   On a donc, pour tous réels a et b, $\exp(a+b) = \ldots\ldots\ldots$
2. Déterminer par le calcul $\exp(\ln(1))$ et $\exp(\ln(2))$.
   Que constate-t-on ? On admettra que c'est toujours vrai.
   On a donc, pour tout $x \ldots\ldots$, $\exp(\ln(x)) = \ldots\ldots$
3. On a rappelle que si $(u(v))$ est dérivable alors $(u(v))' = u'(v) \times v'$.
   (a) Déterminer une expression de $(\ln(\exp(x)))'$ en fonction de $(\exp(x))'$ et de $\exp(x)$.
   (b) On a vu plus haut que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\ln(\exp(x)) = x$. En déduire une autre expression de $(\ln(\exp(x)))'$.
   (c) Que peut-on en conclure pour $(\exp(x))'$?
   On a donc $(\exp(x))' = \ldots\ldots\ldots$

7.1.3 Une expression de la fonction exponentielle

1. Compléter le tableau suivant, avec des valeurs exactes :

x	-5	-3	-1	0	1	2	3	5
$\exp(x)$								

2. Que constate-t-on ? On admettra que cela est vrai même quand x n'est pas entier.
   On a donc, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\exp(x) = \ldots\ldots.$

7.1.4 Comportement de la fonction exponentielle aux bornes de son ensemble de définition

On se propose d'étudier les limites de la fonction exponentielle aux bornes de son ensemble de définition : $\mathbb{R}$ et de tracer sa courbe représentative.

1. (a) Compléter le tableau de valeurs suivant, avec des valeurs approchées au dixième :

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\exp(x)$										

   (b) Déterminer, par le calcul, x tel que $\exp(x) > 10000$.
   (c) Comment semble se comporter la fonction exponentielle quand x tend vers $+\infty$?
2. (a) Compléter le tableau de valeurs suivant, avec des valeurs approchées au dixième :

x	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
$\exp(x)$										

   (b) Déterminer, par le calcul, x tel que $\exp(x) < \frac{1}{10000}$
   (c) Comment semble se comporter la fonction exponentielle quand x tend vers $-\infty$?
3. Tracer la courbe représentative de la fonction exponentielle dans un repère orthonormal.

7.1.5 Formes indéterminées

On pose :

$$f(x) = x\exp(x) \text{ pour tout } x \in \mathbb{R} \qquad \text{et} \qquad g(x) = \frac{\exp(x)}{x} \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}^*$$

1. (a) Étudier la limite de f en $+\infty$.
   (b) i. Expliquer pourquoi, lorsque x tend vers $-\infty$, la limite de f est une forme indéterminée.
   ii. À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau suivant :

x	-1	-2	-3	-4	-5	-10	-100
$f(x)$							

   iii. Conjecturer la valeur de $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
2. (a) Étudier les limites de g en $-\infty$, en 0^- et en 0^+.
   (b) i. Expliquer pourquoi, lorsque x tend vers $+\infty$, la limite de g est une forme indéterminée.
   ii. À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau suivant :

x	1	2	3	4	5	10	100
$g(x)$							

   iii. Conjecturer la valeur de $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

7.2 Exponentielle : définition et premières propriétés

7.2.1 Définition

On a vu au chapitre 5, au paragraphe 5.2.3 page 82, que l'équation $\ln(y) = x$, où x est un réel quelconque, admet une unique solution y appartenant à $]0\,;+\infty[$. Ce réel y, l'antécédent de x par la fonction logarithme népérien, sera noté $\exp(x)$.

Définition 7.1. Pour tout réel x, on appelle *exponentielle* de x, et on note $\exp(x)$, l'unique réel de $]0\,;+\infty[$ dont le logarithme népérien est x.
On a ainsi :

$$\begin{array}{rccl} \exp: & \mathbb{R} & \longrightarrow &]0\,;+\infty[\\ & x & \longmapsto & \exp(x), \text{ où } \exp(x) \text{ est le nombre tel que } \ln(\exp(x)) = x \end{array}$$

Par définition on a donc, pour tout nombre y strictement positif :

$$y = \exp(x) \Leftrightarrow \ln(y) = \ln(\exp(x)) = x$$

7.2.2 Premières propriétés

De la définition précédente on peut déduire les premières propriétés suivantes, démontrées pour la plupart en activité :

- $\exp(0) = 1$;
- $\exp(1) = \mathrm{e}$;
- Comme la fonction logarithme est définie sur $]0\,;+\infty[$ à valeurs dans $\mathbb{R}$, alors la fonction exponentielle est définie sur $\mathbb{R}$ à valeurs dans $]0\,;+\infty[$; en particulier $\exp(x) > 0$ pour tout réel x ;
- Les fonctions exponentielle et logarithme sont des fonctions dites *réciproques* car, par définition, on a :
  $\ln(\exp(x)) = x$ pour tout réel x et $\exp(\ln(x)) = x$ pour tout réel $x > 0$;
- $\exp(x) = \exp(y) \Leftrightarrow x = y$;
  En effet, $\exp(x) = \exp(y) \Leftrightarrow \ln(\exp(x)) = \ln(\exp(y)) \Leftrightarrow x = y$.

7.2.3 Théorème fondamental

Théorème 7.1.

Pour tous réels a et b, $\exp(a+b) = \exp(a) \times \exp(b)$

La fonction exponentielle transforme les sommes en produits

Ce théorème a été démontré en activité.

7.2.4 Expression de l'exponentielle

Théorème 7.2. *Pour tout réel a et tout entier relatif p, on a :* $\exp(ap) = (\exp(a))^p$.

Preuve.
$$\ln\left((\exp(a))^p\right) = p\ln(\exp(a)) = pa = \ln\left(\exp(pa)\right)$$
Ainsi $\ln\left((\exp(a))^p\right) = \ln\left(\exp(pa)\right) \Leftrightarrow (\exp(a))^p = \exp(pa)$. ◊

D'après le théorème 7.2, pour tout entier relatif p, on peut écrire :
$$\exp(p) = \exp(1\times p) = (\exp(1))^p = \mathrm{e}^p$$
Par convention, on posera : $\mathrm{e}^x = \exp(x)$, pour tout réel x, c'est-à-dire même quand x n'est pas entier.
On a donc :

Propriété 7.3. *Pour tout $x \in \mathbb{R}$,* $\exp(x) = e^x$.

7.2.5 Propriétés algébriques

Avec la nouvelle notation, les propriétés, entièrement compatibles avec les propriétés des puissances, deviennent :

Propriété 7.4. *Pour tous réels x et y, on a :*

- $e^{x+y} = e^x e^y$
- $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$
- $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$
- $(e^x)^y = e^{xy}$
- $e^0 = 1$ *et* $e^1 = e$
- $e^x > 0$
- $\ln(e^x) = x$
- $e^{\ln(x)} = x$ *(pour $x > 0$)*

Preuve. On utilise encore une fois les règles de calcul sur le logarithme :
- $\ln\left(\mathrm{e}^{x+y}\right) = (x+y)\ln(\mathrm{e}) = x+y = \ln(\mathrm{e}^x)+\ln(\mathrm{e}^y) = \ln(\mathrm{e}^x\mathrm{e}^y)$ d'où $\mathrm{e}^{x+y} = \mathrm{e}^x\mathrm{e}^y$.
- $\ln(\mathrm{e}^{x-y}) = (x-y)\ln(\mathrm{e}) = x-y = \ln(\mathrm{e}^x)-\ln(\mathrm{e}^y) = \ln\left(\frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^y}\right)$ d'où $\mathrm{e}^{x-y} = \frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^y}$
- $\ln(\mathrm{e}^{-x}) = -x\ln(\mathrm{e}) = -x = -\ln(\mathrm{e}^x) = \ln\left(\frac{1}{\mathrm{e}^x}\right)$ d'où $\mathrm{e}^{-x} = \frac{1}{\mathrm{e}^x}$
- $(\mathrm{e}^x)^y = \mathrm{e}^{xy}$ sera admise à notre niveau
- $\ln(\mathrm{e}^0) = 0\ln(\mathrm{e}) = 0 = \ln(1)$ or $\ln(\mathrm{e}^0) = \ln(1) \Leftrightarrow \mathrm{e}^0 = 1$
- $\ln(\mathrm{e}^1) = \ln(\mathrm{e}) \Leftrightarrow \mathrm{e}^1 = \mathrm{e}$
- Par définition e^x appartient à l'ensemble de définition de la fonction logarithme donc $\mathrm{e}^x > 0$
- $\ln(\mathrm{e}^x) = x\ln(\mathrm{e}) = x$

◊

7.3 Étude de la fonction exponentielle

7.3.1 Définition

Définition 7.2. On appelle fonction exponentielle, notée $\exp(x)$, la fonction, définie sur $\mathbb{R}$, qui à tout x associe le nombre $\exp(x)$.

7.3.2 Limites aux bornes

Exercice.
On cherche à démontrer que, pour tout réel x, $\mathrm{e}^x > x$.
On considère pour cela la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \mathrm{e}^x - x$.

1. Déterminer $f'(x)$, étudier son signe et dresser le tableau des variations de f.
2. En déduire que f à un minimum que l'on déterminera.
3. Justifier pour pour tout réel x on a : $\mathrm{e}^x \geqslant x+1 > x$.
   En déduire la limite de la fonction exponentielle en $+\infty$.

Théorème 7.5.
- $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

Preuve. • On a vu dans l'exercice ci-dessus que $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^x = +\infty$.
- Montrons que $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^x = 0$.
  Posons $X = -x$. Quand x tend vers $-\infty$ alors X tend vers $+\infty$. Or $\mathrm{e}^x = \frac{1}{\mathrm{e}^{-x}} = \frac{1}{\mathrm{e}^X}$.
  Donc $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^x = \lim\limits_{X\to+\infty} \frac{1}{\mathrm{e}^X} = 0$.

◊

7.3.3 Variations

Fonction dérivée

Théorème 7.6. *La fonction exponentielle est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x, on a :*

$$\left(e^x\right)' = e^x$$

La fonction exponentielle est égale à sa propre dérivée.

On admettra que la fonction exponentielle est dérivable, pour le reste, la démonstration a été faite en activité.

Signe de la dérivée

Théorème 7.7. *La fonction exponentielle est continue et strictement croisssante.*

Preuve. Étant dérivable sur $\mathbb{R}$, elle est continue sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée (qui est e^x) est strictement positive sur $\mathbb{R}$, donc la fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. ♢

Tableau de variations

On a donc :

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
Signe de $\left(\mathrm{e}^x\right)' = \mathrm{e}^x$	$+$
Variation de e^x	$\nearrow$

Propriété 7.8. *Pour tous réels x et y on a :*

$$e^x \leqslant e^y \Leftrightarrow x \leqslant y$$

C'est une conséquence de la stricte croissance de la fonction exponentielle.

7.3.4 Courbe représentative

Les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ des fonctions logarithme et exponentielle sont symétriques par rapport à la première bissectrice ; en effet, $M(x\,;\,y) \in \mathscr{C} \Leftrightarrow y = \ln(x) \Leftrightarrow x = \exp(y) \Leftrightarrow M'(y\,;\,x) \in \mathscr{C}'$.
On obtient donc la courbe représentative de la figure 7.1 page suivante, où sont représentées la première bissectrice et les courbes représentatives des fonctions logarithme et exponentielle.

7.3.5 Autres limites faisant intervenir la fonction exponentielle

Formes déterminées

Les limites suivantes ne sont pas des formes indéterminées (n est un entier quelconque strictement positif). Le lecteur est invité à les compléter

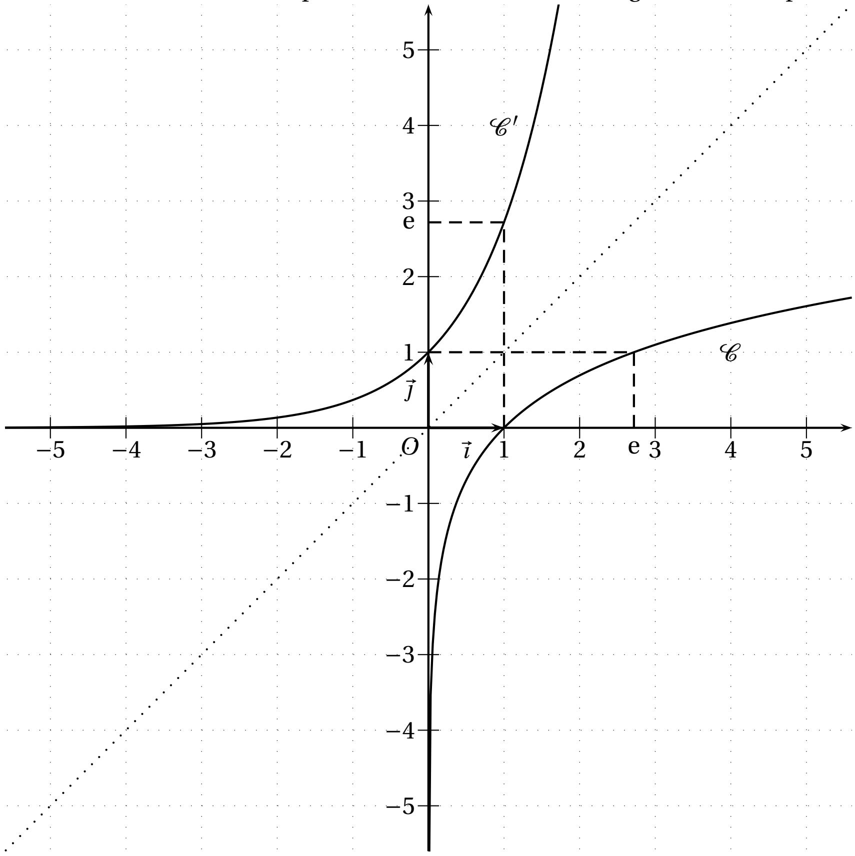
- $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^x = \ldots\ldots \\ \lim\limits_{x\to+\infty} x = \ldots\ldots\end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} x\mathrm{e}^x = \ldots\ldots$
- $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^x = \ldots\ldots \\ \lim\limits_{x\to-\infty} x = \ldots\ldots\end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x} = \ldots\ldots$
- $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^x = \ldots\ldots \\ \lim\limits_{x\to+\infty} x^n = \ldots\ldots\end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} x^n\mathrm{e}^x = \ldots\ldots$
- $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^x = \ldots\ldots \\ \lim\limits_{x\to-\infty} x^n = \ldots\ldots\end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{\mathrm{e}^x}{x^n} = \ldots\ldots$

Formes indéterminées

Théorème 7.9. *On a :*

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ *et, plus généralement, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,* $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$.
- $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$ *et, plus généralement, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,* $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$.
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{\ln(x)} = +\infty$.

FIGURE 7.1 – $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$, courbes représentatives des fonctions logarithme et exponentielle



Preuve. • Montrons que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$.

Posons $X = e^x$. On a alors $x = \ln(X)$.
Quand x tend vers $+\infty$, X tend aussi vers $+\infty$.
$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = \lim\limits_{X\to+\infty} \frac{X}{\ln(X)} = +\infty$ car $\lim\limits_{X\to+\infty} \frac{\ln(X)}{X} = 0$.

- Montrons que $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$.
  Posons $X = e^x$. On a alors $x = \ln(X)$.
  Quand x tend vers $-\infty$, X tend vers 0^+.
  $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = \lim\limits_{X\to 0^+} X\ln(X) = 0$.
- Montrons que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{\ln(x)} = +\infty$.
  $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{\ln(x)} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} \times \frac{x}{\ln(x)}$.
  Or $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ et, comme $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0^+$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = +\infty$. Donc, par produit, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{\ln(x)} = +\infty$.

◇

7.4 Exercices

7.4.1 Propriétés algébriques

EXERCICE 7.1.
Simplifer les expressions suivantes :

1. $e^{x+\ln(3)}$
2. $\frac{e^{2x}}{e^x}$
3. $(e^x+1)(e^x-1)$
4. $\left(e^{x+1}\right)\left(e^{x-1}\right)$
5. $\frac{e^{2x}-1}{e^x+1}$

EXERCICE 7.2.
Démontrer que pour tout réel x on a les égalités suivantes :

1. $\frac{e^x-1}{e^x+1}=\frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}$
2. $\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2-\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2=1$

7.4.2 Résolutions

EXERCICE 7.3.
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1. $e^x=2$
2. $e^x=\frac{1}{2}$
3. $e^x=-\frac{1}{2}$
4. $e^x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$
5. $e^x\geqslant 3$
6. $e^{x-4}\leqslant 1$
7. $e^{x+3}=e^{2x-1}$
8. $e^{2x-5}>e^x$
9. $e^{2x-1}<e$
10. $e^{(x-4)(2x-1)}=1$
11. $e^{4x+5}e^{2x-6}=1$
12. $e^{4x+5}e^{2x-6}=4$
13. $e^{2-x}=\frac{1}{e^{x^2+x-1}}$
14. $\frac{e^{2x-1}}{e^{-x+4}}=3$
15. $e^{3x-1}=4e^{x+1}$

EXERCICE 7.4.
Résoudre les équations suivantes (*on pourra poser* $X=e^x$) :

1. $e^{2x}-3e^x+2=0$
2. $e^{2x}+e^x+1=0$
3. $e^{2x}=3e^x$
4. $2e^x-3e^{-x}=-5$

EXERCICE 7.5.
Étudier selon les valeurs de x le signe des fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par :

- $f(x)=e^{-2x}+3$
- $g(x)=5e^{2x}-7$
- $h(x)=-3e^{1-x}+5$

7.4.3 Études de fonctions comportant e^x

EXERCICE 7.6.
Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)e^x$
2. $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)e^x$
3. $\lim\limits_{x\to-\infty}x(e^{-x}+1)$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty}x(e^{-x}+1)$

EXERCICE 7.7.
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{e^x-1}{e^x+1}$.
Soit $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$d'unité 1 cm.

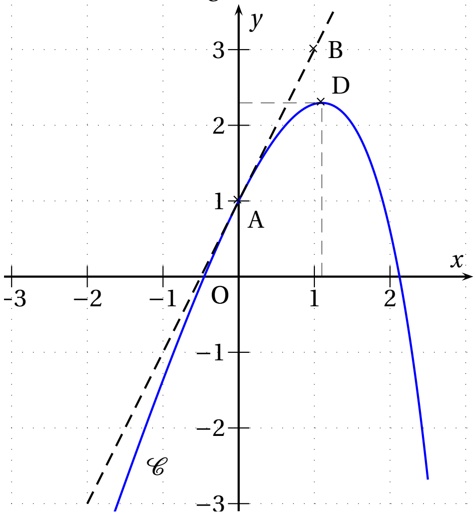
1. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$. En déduire que $\mathscr{C}$ a deux asymptotes dont on donnera les équations.
2. Déterminer $f'(x)$ et étudier son signe. Dresser le tableau de variations de f.
3. Justifier que la courbe $\mathscr{C}$ passe par l'origine du repère. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ ainsi que ses asymptotes.
4. Donner le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ en O. Tracer cette tangente dans le repère précédent.

EXERCICE 7.8 (Polynésie – Septembre 2 007)**.**
Pour chacune des cinq propositions ci-dessous, indiquer si la proposition est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.

1. La fonction $x\mapsto e+\frac{1}{5}$ est la fonction dérivée de la fonction $x\mapsto ex+\ln(5)$.
2. L'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $(e^x-1)(e^x+4)=0$ est : $S=\{0\}$.
3. Si $\left(1-\frac{1}{100}\right)^n\leqslant 0,7$ alors $n\geqslant\frac{\ln 0,7}{\ln 0,99}$.
4. L'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $\ln\left(x^2+4x+3\right)=\ln(5x+9)$ est $S=\{-2\ ;\ 3\}$.
5. La limite quand x tend vers 1, $x<1$, de la fonction $x\mapsto\ln\left(\frac{\sqrt{1-x}}{2}\right)$ est 0.

EXERCICE 7.9 (Antilles – Septembre 2 009)**.**
On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-2;3]$ par : $f(x) = ae^x + bx + c$ où a, b et c sont des réels fixés.
Une partie de la courbe $\mathscr{C}$ représentative de f est représentée sur la figure 7.2 de la présente page.

FIGURE 7.2 – Figure de l'exercice 7.9

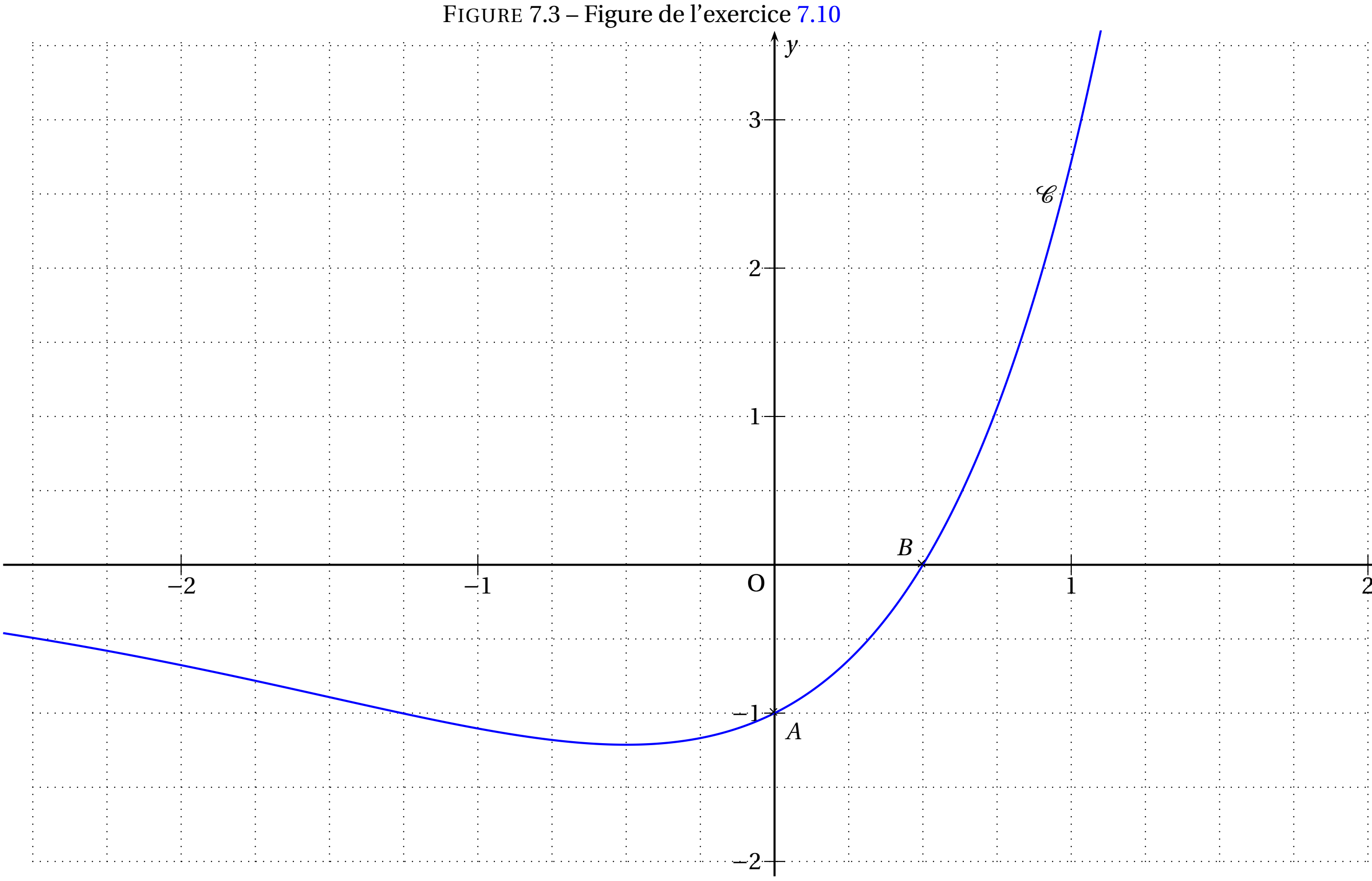


On dispose des renseignements suivants :
- $\mathscr{C}$ passe par A(0 ; 1).
- B est le point de coordonnées (1 ; 3) ; la droite (AB) est tangente à $\mathscr{C}$ au point A.
- $\mathscr{C}$ admet une tangente horizontale au point D d'abscisse ln(3).

1. On désigne par f' la dérivée de la fonction f. Traduire les renseignements précédents par trois égalités utilisant f ou f'.
2. En résolvant un système, déterminer a, b et c.
3. On admet à partir de maintenant que $f(x) = -e^x + 3x + 2$.
   (a) Étudier les variations de f sur l'intervalle $[-2 ; 3]$.
   (b) Montrer que f s'annule exactement une fois sur $[-2 ; \ln(3)]$ en un réel α. Donner, en justifiant, une valeur approchée au centième près de α.
   (c) Pour la suite, on admet que f s'annule exactement une fois sur $[\ln(3) ; 3]$ en un réel β.
   Déterminer le signe de f sur l'intervalle $[-2 ; 3]$.
4. (a) Déterminer une primitive de f sur l'intervalle $[-2 ; 3]$.
   (b) On considère la surface $\mathscr{S}$ délimitée par l'axe des ordonnées, l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et la droite d'équation $x = \ln(3)$.
   Hachurer $\mathscr{S}$ sur la figure en annexe.
   (c) Déterminer, en justifiant avec soin, l'aire de $\mathscr{S}$, en unités d'aire. On donnera la valeur exacte et la valeur décimale arrondie au centième.

EXERCICE 7.10.
On considére la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2x-1)\mathrm{e}^x$; sa représentation graphique $\mathscr{C}$ dans un repère orthogonal est donnée sur la figure 7.3 de la présente page (unités : 4 cm en abscisse et 2 cm en ordonnée).

FIGURE 7.3 – Figure de l'exercice 7.10



1. Étudier le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.
2. (a) Montrer que f', la dérivée de f, peut s'écrire $f'(x) = (2x+1)\mathrm{e}^x$.
   (b) Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x puis en déduire le tableau des variations de f (on indiquera la valeur exacte du minimum de $f(x)$).
   (c) Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point A et la tracer sur le graphique.
3. (a) Montrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = (2x-3)\mathrm{e}^x$ est une primitive de f.
   (b) Colorier le domaine limité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = 1$.
   (c) Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(t)\,\mathrm{d}t$ puis en déduire la valeur de l'aire du domaine colorié en cm^2 arrondie au centième.