BACCALAURÉAT GÉNÉRAL
Hiver 2012

Épreuve :
MATHÉMATIQUES

Série
SCIENCES ÉCONOMIQUES ET SOCIALES

Classes
TES1, TES2 ET TES3

Spécialité :

Mathématiques (coefficient : 7)
Anglais (coefficient : 5)
Sciences économiques et sociales (coefficient : 5)

Durée de l'épreuve : 3 heures.

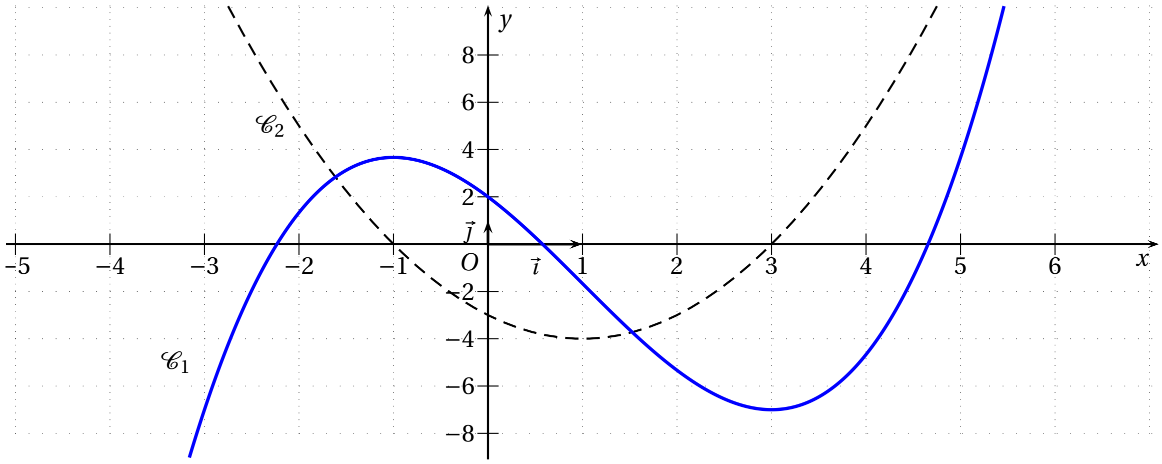
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet comporte 6 pages.

La dernière feuille est à rendre avec sa copie

EXERCICE 1 (4 points).
Commun à tous les candidats
Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A : Étude graphique
Les courbes représentatives d'une fonction f et de sa fonction dérivée f' sont données ci-dessous.
Associer chaque courbe $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ à la fonction qu'elle représente. Justifier votre réponse.



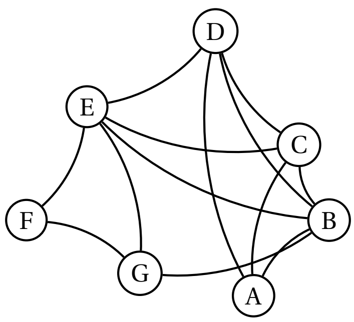
PARTIE B : Constructions
Dans cette partie toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation. Chacun des tracés sera brièvement expliqué.

1. Sur la figure 1 page 6, construire une courbe pouvant représenter une fonction g vérifiant les conditions suivantes : g est dérivable sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$ et l'équation $g'(x) = 0$ admet trois solutions sur $[-3\,;\,3]$.
2. Sur la figure 1 page 6, construire une courbe pouvant représenter une fonction h définie et continue sur $[-3\,;\,3]$ et vérifiant les conditions suivantes :

x	-3		0		2		3
$\dfrac{1}{h(x)}$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

3. Sur la figure 1 page 6, construire une courbe pouvant représenter une fonction k définie et continue sur $\mathbb{R}$ et vérifiant les conditions suivantes :
   - $\lim\limits_{x \to -\infty} k(x) = -2$
   - La courbe de k admet la droite d'équation $y = 0{,}5x - 1$ comme asymptote en $+\infty$.

EXERCICE 2 (5 points).
Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité.
Une compagnie aérienne propose des vols directs entre certaines villes, notées A, B, C, D, E, F et G. Cela conduit au graphe $\mathscr{G}$ suivant, dont les sommets sont les villes et les arêtes représentent les liaisons aériennes :



1. Le graphe $\mathscr{G}$ est-il complet ? Quel est l'ordre de $\mathscr{G}$?
2. (a) Sur les cartes d'embarquement, la compagnie attribue à chaque aéroport une couleur, de sorte que deux aéroports liés par un vol direct aient des couleurs différentes.
   Proposer un coloriage adapté à cette condition.
   (b) Que peut-on en déduire sur le nombre chromatique de $\mathscr{G}$?
3. (a) Quelle est la nature du sous graphe formé par les sommets A, B, C et D ?
   (b) Quel est le nombre minimal de couleurs que la compagnie doit utiliser pour pouvoir attribuer une couleur à chaque aéroport en respectant les conditions du 2. ?
4. (a) En considérant les sommets dans l'ordre alphabétique, construire la matrice M associée à $\mathscr{G}$.
   (b) On donne :

$$M^8 = \begin{pmatrix} 6\,945 & 9\,924 & 8\,764 & 8\,764 & 9\,358 & 3\,766 & 5\,786 \\ 9\,924 & 14\,345 & 12\,636 & 12\,636 & 13\,390 & 5\,486 & 8\,310 \\ 8\,764 & 12\,636 & 11\,178 & 11\,177 & 11\,807 & 4\,829 & 7\,369 \\ 8\,764 & 12\,636 & 11\,177 & 11\,178 & 11\,807 & 4\,829 & 7\,369 \\ 9\,358 & 13\,390 & 11\,807 & 11\,807 & 12\,634 & 5\,095 & 7\,807 \\ 3\,766 & 5\,486 & 4\,829 & 4\,829 & 5\,095 & 2\,116 & 3\,181 \\ 5\,786 & 8\,310 & 7\,369 & 7\,369 & 7\,807 & 3\,181 & 4\,890 \end{pmatrix}$$

   Combien y a-t-il de chemins de longueurs 8 qui relient B à D ?
5. (a) Pourquoi est-il impossible pour un voyageur de construire un itinéraire qui utilise chaque liaison aérienne une et une seule fois ?
   (b) Montrer qu'il est possible de construire un tel itinéraire en ajoutant une seule liaison qui n'existe pas déjà et que l'on précisera.

EXERCICE 2 (5 points)**.**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité.
Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième et donnés sous forme décimale.
Jade est une jeune cavalière qui participe régulièrement à des concours d'obstacles.
À chaque concours, sa monitrice met à sa disposition l'un des trois chevaux du club.
À l'issue de chaque concours, elle a noté sur une fiche le nom de sa monture ainsi que la performance qu'elle a réalisée.
L'examen de la collection de fiches ainsi constituée a permis à Jade de constater que :

- Six fois sur dix, elle a monté Cacahuète, une vieille jument docile mais qui fait souvent tomber les barres d'obstacle. Lorsqu'elle a monté Cacahuète, Jade a réussi son parcours deux fois sur cinq.
- Trois fois sur dix, elle a monté la jeune jument Tornade. C'est une jument performante mais difficile à maitriser. Lorsque Jade l'a montée, elle a réussi son parcours une fois sur deux.
- Lors des autres concours, Jade a monté le courageux et régulier Abricot et avec lui, elle a réussi son parcours quatre fois sur cinq.

Jade prend au hasard une fiche parmi sa collection. On s'intéresse au nom du cheval et au résultat du concours mentionnés sur la fiche.
On note :

- C l'évènement « Jade montait Cacahuète. »
- T l'évènement « Jade montait Tornade. »
- A l'évènement « Jade montait Abricot. »
- R l'évènement « Jade a réussi son parcours. »
- $\overline{\text{R}}$ l'évènement « Jade n'a pas réussi son parcours. »

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité de l'évènement : « Jade montait Abricot et a réussi son parcours ».
   Calculer la probabilité de l'évènement : « Jade montait Cacahuète et a réussi son parcours ».
3. Montrer que la probabilité de l'évènement : « Jade a réussi son parcours » est égale à $0,47$.
4. Sachant que Jade a réussi son parcours, quelle est la probabilité que ce jour là elle ait monté Tornade ?
5. Sachant que Jade n'a pas réussi son parcours, quelle est la probabilité que ce jour là elle ait monté Abricot ?

EXERCICE 3 (5 points).
Commun à tous les candidats.
Le tableau suivant donne, en milliers, le nombre de Pactes civils de solidarité (PACS) signés chaque année en France :

Années	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année, x_i	0	1	2	3	4
Nombres de PACS en milliers, y_i	22,1	19,4	25	31,1	39,6

Source INSEE.

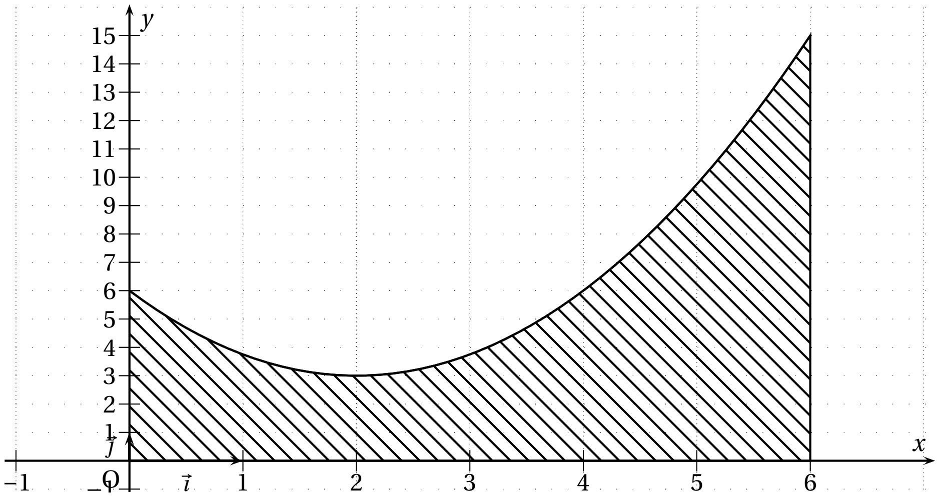
1. Calculer, à 0,1 près, le pourcentage d'augmentation du nombre de milliers de Pactes civils de solidarité entre 2000 et 2004.
2. **On envisage un ajustement affine**
   (a) À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés, sous la forme $y = ax + b$. Par la suite, on pose $f(x) = ax + b$.
   (b) En supposant que cet ajustement affine est valable jusqu'en 2007, donner une estimation du nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2007.
3. **On envisage un autre type d'ajustement**
   On modélise le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés durant l'année $2000 + x$ (x entier) à l'aide de la fonction g définie par
   $$g(x) = 1,6x^2 - 1,8x + 21,4.$$
   (a) En utilisant ce second modèle, calculer le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2007.
   (b) On suppose que l'évolution se poursuit selon ce modèlejusqu'en 2015. Le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2010 sera-t-il supérieur à 100 000 ? Justifier.
4. **Comparaison des deux ajustements**
   Pour chacun des deux modèles, on calcule ci-dessous le tableau des carrés des écarts entre les valeurs réelles et les valeurs calculées à l'aide de chacun des deux ajustements.

x_i	0	1	2	3	4
$\left[(y_i - f(x_i)\right]^2$	16	11,36	5,95	1,02	7,95

x_i	0	1	2	3	4
$\left[(y_i - g(x_i)\right]^2$	0,49				

   (a) Recopier et compléter le deuxième tableau, les valeurs étant arrondies au centième.
   (b) Lequel de ces deux ajustements semble le plus proche de la réalité ? Justifier.

EXERCICE 4 (6 points).
Commun à tous les candidats.
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 6]$ par : $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 6$.
La courbe $\mathscr{C}_f$ de la figure ci-dessous est représentative de la fonction f dans un repère orthogonal du plan d'origine O (1 unité = 1,5 cm sur l'axe des abscisses ; 1 unité = 0,375 cm sur l'axe des ordonnées).
La partie hachurée est limitée par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d' équation $x = 6$



Partie A

1. Calculer, en unités d'aire, l'aire S de la partie hachurée.
2. Déterminer l'aire S en cm^2.
3. Déterminer la valeur moyenne de la fonction f entre 0 et 6 et la représenter sur le graphique.

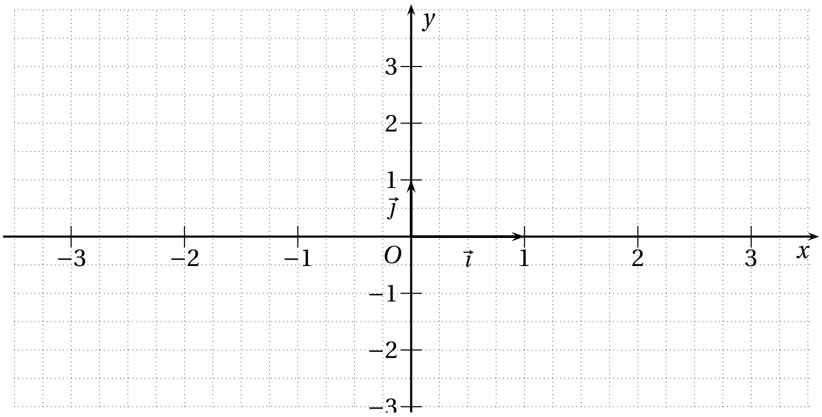
Partie B

1. On considère un point M appartenant à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ d'abscisse x avec $x \in [0; 6]$.
La parallèle à l'axe des ordonnées passant par M coupe l'axe des abscisses en un point H.
La parallèle à l'axe des abscisses passant par M coupe l'axe des ordonnées en un point K.
On appelle $R(x)$ l'aire, en unités d'aire, du rectangle OHMK.
Prouver que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; 6]$, $R(x) = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x$.
2. On se propose de rechercher toutes les valeurs possibles de x de l'intervalle $[0; 6]$ telles que l'aire $R(x)$ du rectangle OHMK soit égale à l'aire hachurée S.
   (a) Montrer que le problème précédent revient à résoudre l' équation $g(x) = 0$ où g est la fonction définie sur l'intervalle $[0; 6]$ par : $g(x) = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x - 36$.
   (b) Étudier les variations de g sur l'intervalle $[0; 6]$ et dresser le tableau de variation de g.
   En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet sur l'intervalle $[0; 6]$ une solution unique α.
   Donner une valeur approchée de α au centième.

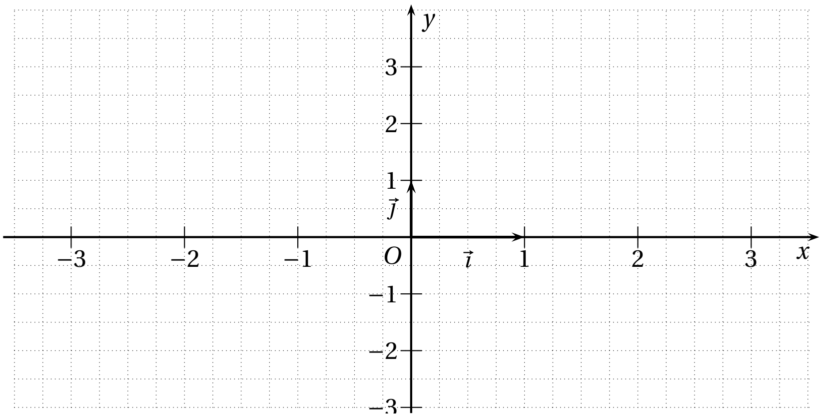
FIGURE 1 – Repères de l'exercice 1

À rendre avec la copie

Partie B a.



Partie B b.



Partie B c.