Devoir surveillé n°3

Continuité – Composition – Statistiques – Graphes – Espace

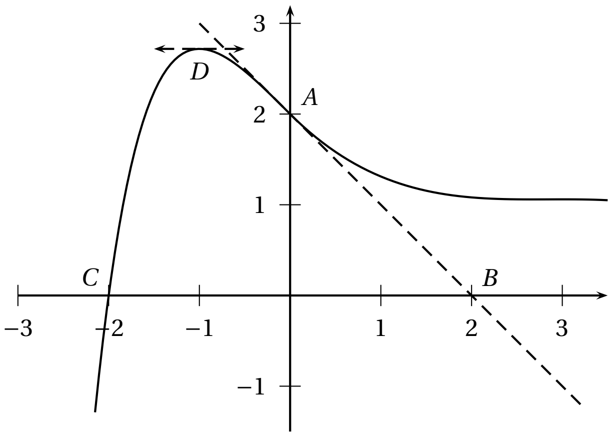
EXERCICE 3.1 (5 points).
*Pour **tous** les élèves.*
La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 100$.

1. Étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2. Étudier les variations de f (on dressera le tableau de variations complet de f).
3. (a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [4;5]$.
   (b) Déterminer une valeur approchée arrondie à 10^{-2} de α.

EXERCICE 3.2 (5 points).
*Pour **tous** les élèves.*

On donne ci-contre la courbe représentative Γ, dans un repère orthonormal, d'une fonction u définie sur $\mathbb{R}$. La courbe Γ passe par les points $A(0;2)$ et $C(-2;0)$ et la droite (AB) est la tangente en A à Γ. La tangente à Γ en son point D d'abscisse -1 est parallèle à l'axe des abscisses. Par ailleurs la fonction u admet le tableau des variations suivant :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f	$-\infty$	$\nearrow$	$2,72$	$\searrow$	1



1. Sans justifier, déterminer $u'(-1)$ et $u'(0)$.
2. Soit f la fonction définie et dérivable sur $]-2;+\infty[$ par $f = \frac{1}{u}$.
   (a) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition (on justifiera les résultats).
   (b) Calculer $f'(-1)$ et $f'(0)$.

EXERCICE 3.3 (5 points).
*Pour les élèves **ne suivant pas** l'enseignement de spécialité.*
En prévision de la mise sur le marché d'un nouveau produit, une société a effectué une enquête pour étudier le nombre d'acheteurs quotidiens éventuels en fonction du prix de vente unitaire ; les résultats de cette enquête sont données ci-dessous.

Prix unitaire en euros : x_i	10	11	12	13	14
Nombre d'acheteurs éventuels : y_i	48	40	37	34	32

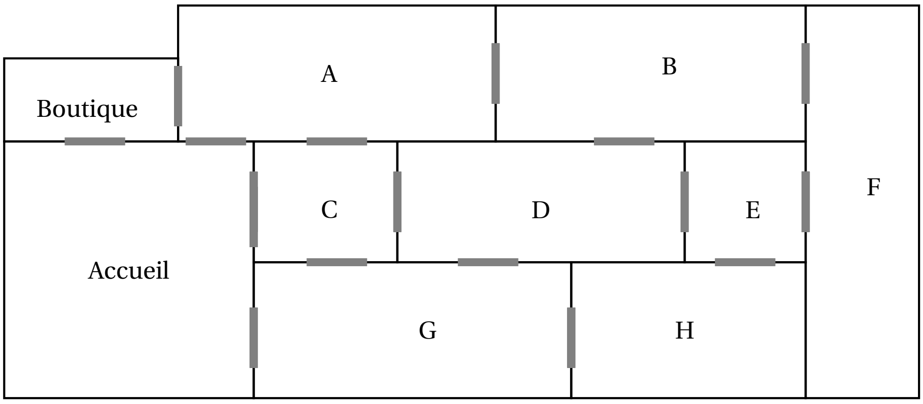
1. On appelle A et B les points de coordonnées respectives $(10;48)$ et $(14;32)$.
   (a) Montrer que l'équation réduite de la droite (AB) est $y = -4x + 88$.
   (b) Compléter le tableau suivant :

x_i	10	11	12	13	14
y_i	48	40	37	34	32
$-4x_i + 88$		44			
$\left[y_i - (-4x_i + 88)\right]^2$		16			

   (c) En déduire la somme des résidus S associée à la droite (AB).
2. (a) Déterminer à l'aide de la calculatrice l'équation de la droite de régression $\mathscr{D}$ de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
   On arrondira les coefficients au dixième au besoin.
   (b) La somme des résidus S' associée à $\mathscr{D}$ est $S' \approx 12,4$.
   Laquelle des deux droites réalise-t-elle le meilleur ajustement ? *Justifier.*

EXERCICE 3.3 (5 points)**.**
*Pour les élèves **suivant** l'enseignement de spécialité.*
Les questions sont indépendantes.

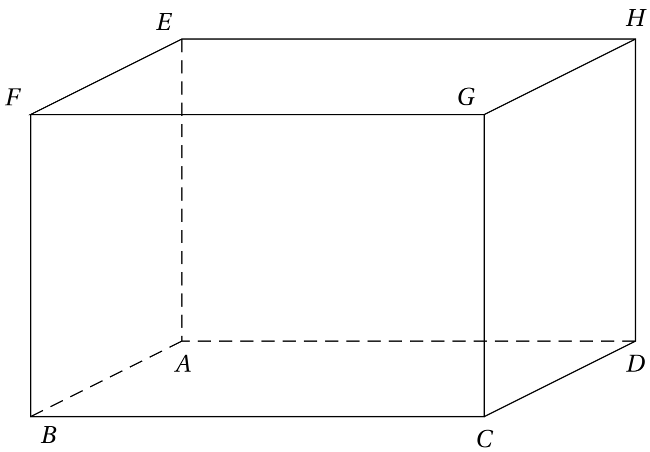
1. Voici le plan d'un musée : les parties grisées matérialisent les portes.
   Les visiteurs **partent de l'accueil**, visitent le musée et **doivent terminer leur visite à la boutique**.



   (a) Est-il possible de trouver un trajet dans le musée où les visiteurs passent une fois et une seule par toutes les portes ?
   On justifiera très rigoureusement.
   (b) Si oui, donner un tel trajet ; si non proposer une modification simple du musée permettant un tel trajet.

2. Le solide $ABCDEFGH$ de la figure 3.1 de la présente page est un pavé droit.
   On appelle I, J et K les milieux respectifs des segments $[EF]$, $[FB]$ et $[CD]$.
   (a) Placer les points I, J et K sur la figure.
   (b) Tracer en rouge sur la figure la trace du plan (IJK) sur le pavé, c'est-à-dire l'intersection du plan (IJK) avec chacune des faces du pavé $ABCDEFGH$ en respectant les conventions pour la transparence.
   On ne demande pas de justifier cette construction mais on devra laisser les traits de construction et indiquer les parallélismes utilisés pour la construction s'il y en a.

FIGURE 3.1 – Figure de l'exercice 3.3 (spécialité)

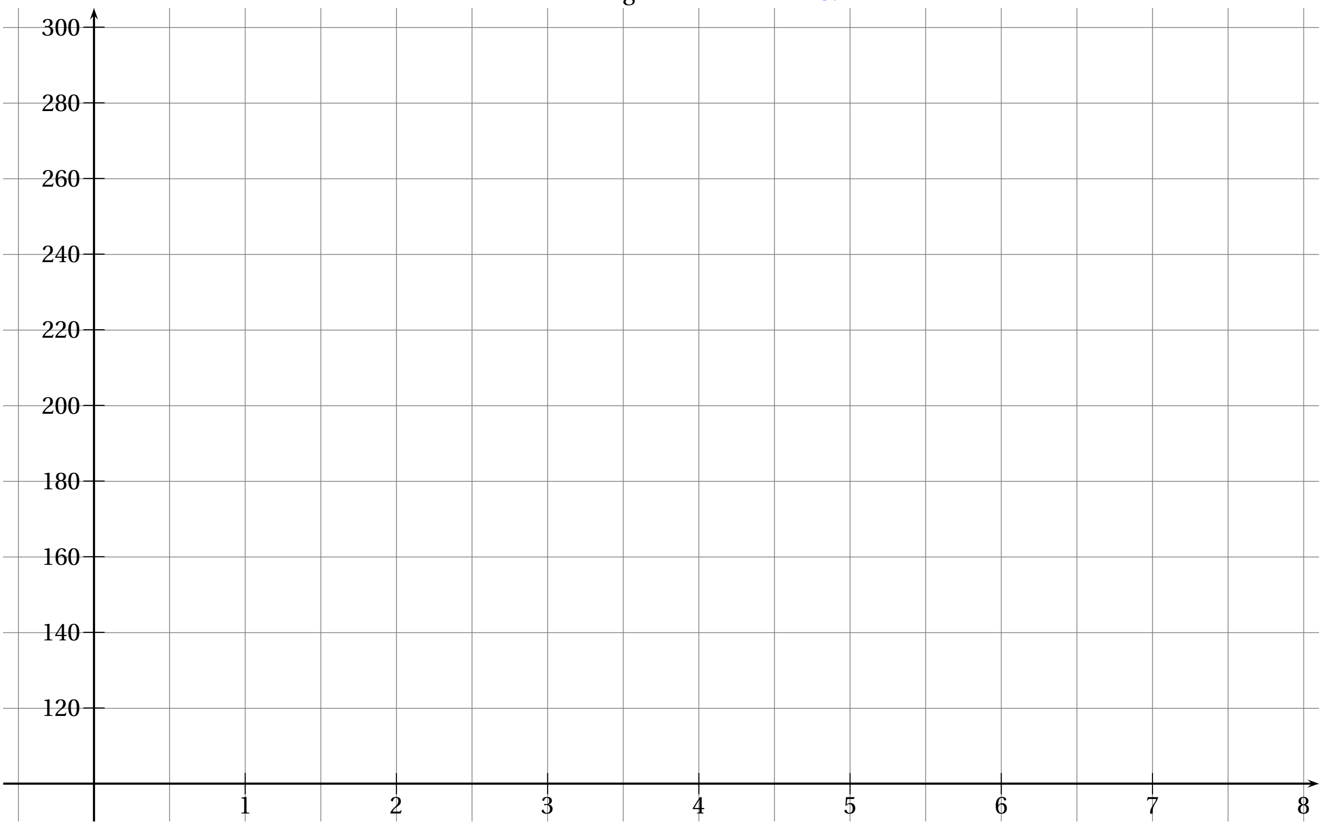


EXERCICE 3.4 (5 points)**.**
Pour ***tous*** *les élèves.*
Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'indice du cours de l'or de 2005 à 2010 sur le marché de Londres (source INSEE; base 100 en 2005).

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang x_i	0	1	2	3	4	5
Indice y_i	100	134,3	141,5	165,3	194,7	258,1

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y_i)$ dans le repère de la figure 3.2 de la présente page.

FIGURE 3.2 – Figure de l'exercice 3.4



2. Calculer les coordonnées du point moyen G et le placer sur la figure.
3. On envisage un ajustement affine.
   (a) Déterminer à l'aide de la calculatrice l'équation de la droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrées.
   On arrondira les coefficients au dixième au besoin.
   (b) Tracer cette droite sur le graphique.
4. Déterminer à l'aide de cet ajustement une estimation de l'indice du cours de l'or en 2011.
5. En réalité l'indice du cours de l'or a été en moyenne égal à 307 en 2011 ; calculer le pourcentage d'erreur commise par l'estimation précédente.