

Devoir surveillé n°9

Suites – Probabilités

EXERCICE 9.1 (5 points).

Un magasin fait une étude sur les modes de paiement des clients et les montants m des achats (en euros) et obtient les résultats suivants :

	Carte bancaire	Espèces	Chèque	Total
$m < 10$	18	12	0	30
$10 \leq m \leq 20$	18	8	7	33
$m > 20$	30	0	7	37
Total	66	20	14	100

Une caissière enregistre un achat.

- Déterminer, sans justifier, les probabilités des événements suivants :
 - A : « C'est un achat d'un montant strictement supérieur à 20 € » ;
 - B : « C'est un achat payé par carte bancaire » ;
 - C : « C'est un achat d'un montant compris en 10 € et 20 € et payé en espèces » ;
 - D : « C'est un achat payé par chèque ou d'un montant compris en 10 € et 20 € ».
- Décrire avec une phrase les événements suivant puis donner leur probabilité :
 - \bar{A} ;
 - $A \cap B$;
 - $A \cup B$.

EXERCICE 9.2 (7,5 points).

Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher : 3 de couleur noire et 2 de couleur blanche. Le joueur tire une première boule au hasard, note sa couleur, la remet dans l'urne, en tire une seconde boule et note sa couleur.

- Faire un arbre décrivant toutes les issues possibles.
- Déterminer les probabilités des événements suivants :
 - A : « Les deux boules sont blanches » ;
 - B : « Les deux boules sont de la même couleur » ;
 - C : « Il y a au moins une boule blanche » ;
 - D : « Il y a au plus une boule noire » ;
- Pour pouvoir jouer à ce jeu, **le joueur doit miser 5 €** et il gagne :
 - 0 € s'il n'a tiré aucune boule blanche ;
 - 7 € s'il a tiré exactement une boule blanche ;
 - 10 € s'il a tiré deux boules blanches.

On appelle gain final d'une partie ce qu'obtient le joueur après une partie, c'est-à-dire son gain **moins sa mise**.

- Décrire l'univers de cette expérience aléatoire.
- Donner la probabilité de chacun des événements élémentaires (on pourra présenter sa réponse sous forme de tableau).
- Déterminer l'espérance de cette expérience aléatoire. Interpréter ce résultat.
- Le joueur a-t-il intérêt à jouer ?
- Question bonus à traiter après avoir fait tout le reste.**

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On dit que le jeu est équitable lorsque l'espérance de gain est égale à zéro. Proposer une modification simple du jeu pour qu'il soit équitable.

EXERCICE 9.3 (7,5 points).

Un étudiant loue une chambre pour 3 ans. On lui propose deux types de bail :

- *Premier contrat* : un loyer de 300 € pour le premier mois, puis une augmentation de 8 € par mois jusqu'à la fin du bail ;
- *Second contrat* : un loyer de 300 € pour le premier mois, puis une augmentation de 2 % par mois jusqu'à la fin du bail.

Pour n variant de 0 à 35, on appelle

- u_n le loyer mensuel du mois n obtenu avec le premier contrat ;
- v_n le loyer mensuel du mois n obtenu avec le second contrat ;

On a donc $u_0 = v_0 = 300$ €.

1. Étude du premier contrat.

- Calculer u_1 et u_2 .
- Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
- Calculer u_{35} , le loyer du dernier mois.
- Calculer la somme des loyers versés durant la durée des 36 mois avec le premier contrat.

2. Étude du second contrat.

- Calculer v_1 et v_2 .
- Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
En déduire l'expression de v_n en fonction de n .
- Calculer v_{35} , le loyer du dernier mois.
- Calculer la somme des loyers versés durant la durée des 36 mois avec le second contrat.

3. Quel contrat doit choisir l'étudiant ?