

## Devoir surveillé n°11

### Probabilités – Vecteurs

#### EXERCICE 11.1 (7,5 points).

Un magasin fait une étude sur les modes de paiement des clients et les montants  $m$  des achats (en euros) et obtient les résultats suivants :

	Carte bancaire	Espèces	Chèque	Total
$m < 10$	18	12	0	30
$10 \leq m \leq 20$	18	8	7	33
$m > 20$	30	0	7	37
Total	66	20	14	100

Une caissière enregistre un achat.

1. Déterminer les probabilités des évènements suivants :

- $A$  : « C'est un achat d'un montant strictement supérieur à 20 € » ;
- $B$  : « C'est un achat payé par carte bancaire » ;
- $C$  : « C'est un achat d'un montant compris en 10 € et 20 € et payé en espèces » ;
- $D$  : « C'est un achat payé par chèque ou d'un montant compris en 10 € et 20 € ».

2. Décrire avec une phrase les évènements suivant puis donner leur probabilité :

- $\bar{A}$  ;
- $A \cap B$  ;
- $A \cup B$ .

#### EXERCICE 11.2 (5 points).

On suppose qu'à chaque naissance il y a la même probabilité d'avoir une fille ou un garçon et on s'intéresse aux familles de deux enfants qui n'ont pas eu de jumeaux.

1. Faire un arbre décrivant toutes les issues possibles.

2. Déterminer les probabilités des évènements suivants :

- $A$  : « Les deux enfants sont des garçons » ;
- $B$  : « Les deux enfants sont de même sexe » ;
- $C$  : « Il y a au moins un garçon » ;
- $D$  : « Il y a au plus une fille » ;

**EXERCICE 11.3** (7,5 points).

On donne sur la figure 11.1 de la présente page un triangle  $ABC$  non aplati.

On se place pour tout l'exercice dans le repère  $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ .

Les points  $A, B$  et  $C$  ont donc pour coordonnées respectives  $(0; 0)$ ,  $(1; 0)$  et  $(0; 1)$ .

On définit les points  $D, E, I$  et  $G$  de la manière suivante :

- $D$  est le point tel que  $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ;
- $E$  est le point tel que  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ ;
- $I$  est le milieu du segment  $[DE]$ ;
- $G$  est le point de coordonnées  $(\frac{1}{4}; \frac{1}{4})$ .

1. Construire les points  $D, E, I$  et  $G$ .
2. Coordonnées de  $D, E$  et  $I$ .
  - (a) Soient  $(x_D; y_D)$  les coordonnées de  $D$ .  
Expliquer pourquoi on a  $\begin{pmatrix} x_D \\ y_D - 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .  
En déduire que  $x_D = \frac{1}{2}$  et que  $y_D = 1$ .
  - (b) Démontrer  $E$  a pour coordonnées  $(1; \frac{1}{2})$ .
  - (c) En déduire que les coordonnées de  $I$  sont  $(\frac{3}{4}; \frac{3}{4})$ .
3. (a) Montrer que les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{BC}$  sont  $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .  
(b) Montrer que les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{ED}$  sont  $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ .  
(c) Montrer que les vecteurs  $\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{ED}$  sont colinéaires.  
(d) Que peut-on en déduire?
4. Montrer que les points  $A, G$  et  $I$  sont alignés.
5. Montrer que  $GBIC$  est un parallélogramme.

FIGURE 11.1 – Figure de l'exercice 11.3

