

Devoir commun n° 2 de mathématiques — Sujet version A —

Durée : 2 heures

Barème sur 30 points

Le sujet comporte 4 pages

Exercice n° 1 :

5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, 4 réponses sont proposées, une seule est correcte.

Chaque bonne réponse rapporte un point, chaque réponse incorrecte ou chaque question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Recopier et compléter le tableau ci-dessous sur votre copie en précisant la version du sujet :

Sujet version A					
question n°	1	2	3	4	5
Lettre correspondant à la réponse choisie					

Aucune justification n'est demandée.

1. f est une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 - 3x + 1 = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{8}$.

Son tableau de variations est :

Réponse a

x	$-\infty$	$-\frac{3}{4}$	$+\infty$
f	↘		↗

Réponse c

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
f	↘		↗

Réponse b

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
f	↗		↘

Réponse d

x	$-\infty$	$-\frac{3}{4}$	$+\infty$
f	↗		↘

2. g est une fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^2 + 2x + 4 = (x + 1)^2 + 3$.

Sa courbe représentative admet comme sommet le point de coordonnées :

Réponse a (3; 1)

Réponse b (1; 3)

Réponse c (-1; 3)

Réponse d (3; -1)

3. h est une fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = -4x + 1$. Le signe de $h(x)$ selon les valeurs de x est donné par le tableau :

Réponse a

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$
$h(x)$	-	0	+

Réponse c

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$
$h(x)$	+	0	-

Réponse b

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$h(x)$	+	0	-

Réponse d

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$h(x)$	-	0	+

4. f est une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Sa courbe représentative passe par le point de coordonnées :

Réponse a (-2; -19)

Réponse b (-2; -13)

Réponse c (-2; 29)

Réponse d (-2; 3)

5. On a relevé dans un groupe d'élèves au devoir commun de mathématiques les notes suivantes : 9; 9; 12; 11; 10; 9; 15. La note médiane est :

Réponse a 10,5

Réponse b 9

Réponse c 11

Réponse d 10

Exercice n° 2 :**5 points**

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-2, 1)$, $B(-4, -4)$, $C(3, -3)$ et $D(4, 6)$.

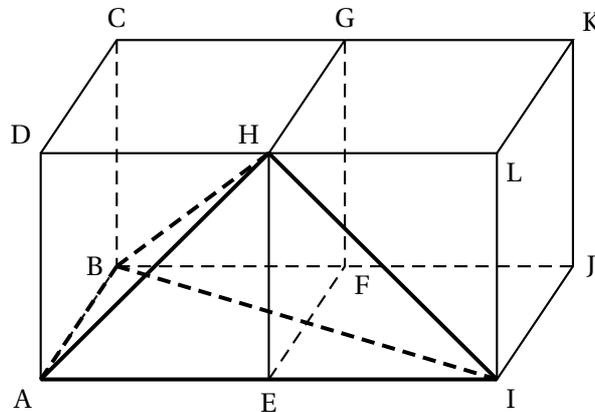
On note respectivement E, F, G et H les milieux respectifs des segments [DA], [AB], [BC] et [CD]

1. Placer les points dans un repère orthonormé.
2. Montrer que les coordonnées de E sont $(1; \frac{7}{2})$ et que celles de H sont $(\frac{7}{2}; \frac{3}{2})$.
On admettra pour la suite que les coordonnées de F sont $(-3; -\frac{3}{2})$ et que celles de G sont $(-\frac{1}{2}; -\frac{7}{2})$
3. Démontrer que le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.
4. Démontrer que le quadrilatère EFGH est un rectangle.

Exercice n° 3 :**5 points**

Sur la figure ci-dessous, ABCDEFGH et EFGHIJKL sont deux cubes d'arête de mesure 6 cm.

1. Déterminer le volume du tétraèdre ABIH.
On rappelle que le volume d'un tétraèdre est $V = \frac{1}{3} \times B \times h$ où B est l'aire d'une base et h la mesure de la hauteur relative à cette base.
2. (a) Démontrer que $BH = 6\sqrt{3}$ puis que le triangle BHI est rectangle en H.
(b) Calculer l'aire du triangle BHI
(c) Quelle est la mesure de la hauteur du tétraèdre ABIH relativement à sa base BHI?

**Exercice n° 4 :****3 points**

Le but de cet exercice est, dans un premier temps, de déterminer ce que fait un algorithme puis, dans un second temps, de le modifier pour lui faire faire autre chose.

L'algorithme est le suivant :

```

1  VARIABLES
2    n, C : nombres
3  DEBUT
4    Afficher le message "Entrer un entier naturel n"
5    Lire n
6    Si (n est pair) alors
7      C prend la valeur n/2
8      C prend la valeur C+1
9      C prend la valeur C2
10   Sinon
11     C prend la valeur 3n+1
12     C prend la valeur C2
13   Fin Si
14   Afficher C
15  FIN

```

1. (a) Si on rentre 12 comme valeur de n, qu'affiche l'algorithme? et avec 7?
(b) Plus généralement, pour un entier n non nul quelconque, qu'affiche cet algorithme lorsque n est pair? lorsque n est impair?
2. Si on permute les lignes 8 et 9 quelle(s) conséquence(s) cela a-t-il sur l'algorithme?

Exercice n° 5 :**5 points**

Résoudre les équations ou inéquations suivantes :

1. $3x - 5x^2 = 0$

2. $(3 - 2x)(7 + x) < 0$

3. $(x - 3)(2x - 5) \leq (x - 3)^2$

4. $(x - 5)^2 = 4x^2$

Exercice n° 6 :**7 points**

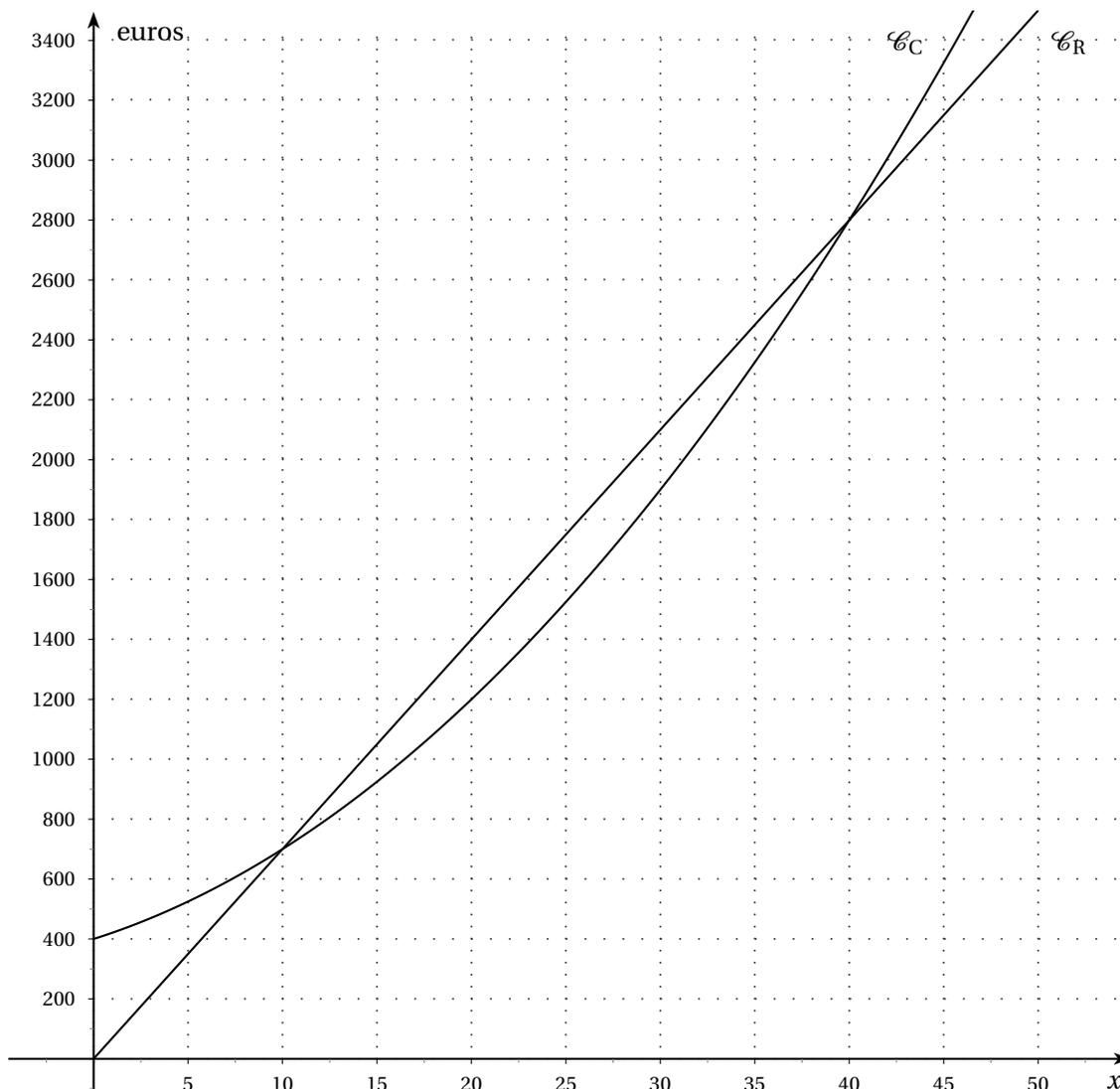
Une entreprise fabrique et vend un produit chimique pour l'industrie.

Elle peut fabriquer chaque semaine au maximum 50 kg de ce produit.

Pour $x \in [0; 50]$, le coût de production, en euros, de x kg de ce produit est notée $C(x)$ et la recette tirée de la vente de x kg de ce produit, en euros, est notée $R(x)$ Ci-dessous sont données respectivement les représentations graphiques \mathcal{C}_R et \mathcal{C}_C des fonctions R et C On appelle fonction bénéfice la fonction B définie sur $[0; 50]$ par $B(x) = R(x) - C(x)$ **Partie A**

Répondre, dans cette partie, aux questions suivantes à l'aide du graphique et avec la précision permise par le dessin.

1. Quel est environ le coût de production de 30 kg de ce produit ?
2. À partir de combien de kg vendus, la recette dépasse-t-elle 1 600 euros ?
3. Quel semble être l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles $B(x) \geq 0$?
4. Pour quelle(s) valeur(s) la fonction B semble-t-elle maximale ?



Partie B

Pour $x \in [0; 50]$, le coût de production de x kg de ce produit est donné, en euros, par :

$$C(x) = x^2 + 20x + 400$$

Ce produit est vendu 70 euros le kg.

Pour $x \in [0; 50]$, la recette tirée de la vente de x kg de ce produit est donc donnée, en euros, par :

$$R(x) = 70x$$

1. Démontrer successivement les égalités suivantes : pour $x \in [0; 50]$,
 - (E₁) : $B(x) = -x^2 + 50x - 400$
 - (E₂) : $B(x) = -(x - 25)^2 + 225$
 - (E₃) : $B(x) = (-x + 10)(x - 40)$
2. *Pour les questions qui suivent, il est attendu à chaque fois une réponse précise mais toute trace de recherche, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Répondre de façon précise et détaillée aux questions suivantes, en choisissant à chaque fois, parmi les égalités ci-dessus, la plus adaptée :

- (a) Pour quelle production, l'entreprise réalise-t-elle des bénéfices ?
(c-à-d quel est l'ensemble des réels x pour lesquels $B(x) \geq 0$?)
- (b) Pour quelle production le bénéfice est-il maximal ? quel est ce bénéfice maximal ?

—

Exercice n° 7 :

— hors barème —

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

On rappelle que le volume d'un cône est $\frac{1}{3} \times B \times h$ (B désignant l'aire de la base et h la hauteur du cône)

Le patron d'un cône (sans le disque formant la base) est un demi-disque de rayon 2.

Quel est le volume de ce cône ?