

## Devoir surveillé n°7

### Fonction dérivée

EXERCICE 7.1 (3 points).

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

•  $f(x) = x\sqrt{x}$

•  $g(x) = x^3 + 4x^2 - 5x - 2$

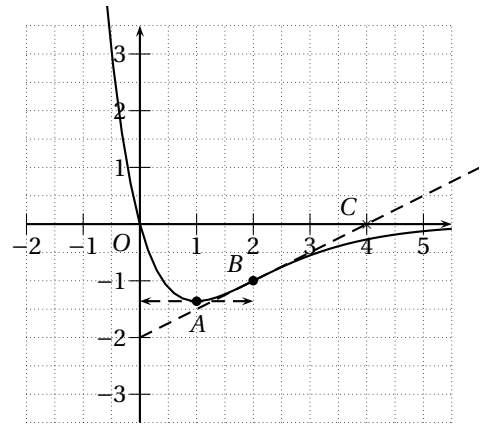
•  $h(x) = \frac{2x+1}{-x+5}$

EXERCICE 7.2 (5 points).

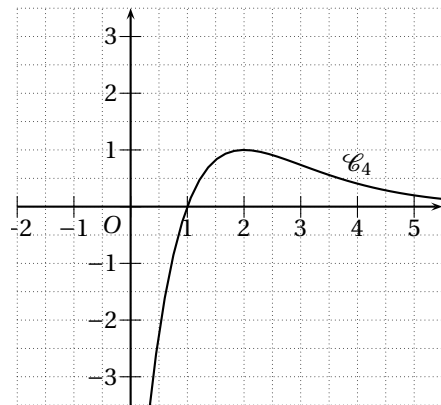
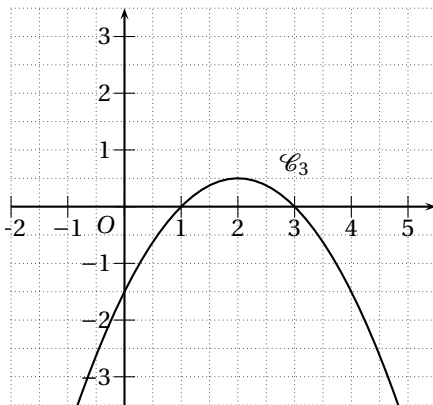
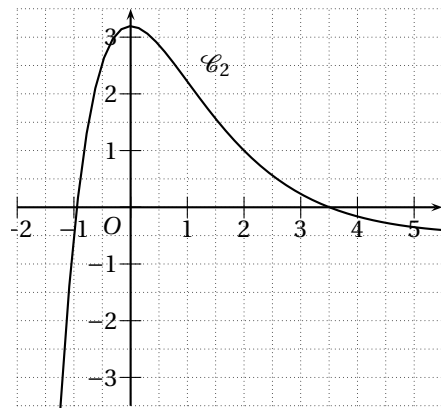
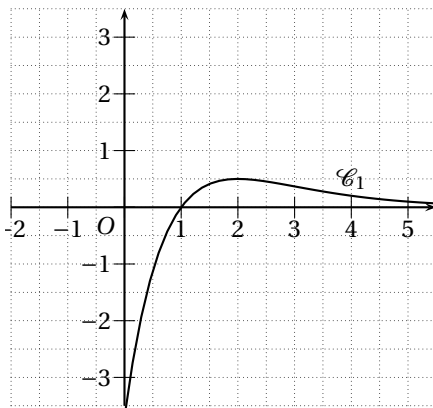
La courbe  $\mathcal{C}$  de la figure ci-contre est une partie de la courbe représentative, relativement à un repère orthogonal, d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

On donne les renseignements suivants :

- la courbe admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1 ;
- le point  $B(2; -1)$  appartient à  $\mathcal{C}$  ;
- la tangente à la courbe  $\mathcal{C}$  au point  $B$  passe par le point  $C(4; 0)$  ;



- Déterminer graphiquement  $f(2)$ ,  $f'(1)$  et  $f'(2)$ .
- Une des représentations graphiques ci-dessous représente la fonction dérivée  $f'$  de  $f$ . En justifiant votre choix à l'aide d'arguments basés sur l'examen des représentations graphiques, déterminer la courbe associée à la fonction  $f'$ .
- Une des représentations graphiques ci-dessous représente une fonction  $h$  telle que  $h' = f$ . En justifiant votre choix à l'aide d'arguments basés sur l'examen des représentations graphiques, déterminer la courbe associée à la fonction  $h$ .



**EXERCICE 7.3** (4 points).

Une entreprise fabrique  $x$  portes blindées par jour,  $x$  variant de 0 à 120. On estime que le coût total de fabrication, noté  $C(x)$ , est donné, en euros, par :  $C(x) = 0,001x^3 + 0,078x^2 + 205,9x + 1500$ .

La recette de l'entreprise obtenue par la vente de  $x$  portes, notée  $R(x)$ , en euros, est donnée par :  $R(x) = 250x$ .

On suppose que chaque porte est vendue.

La fonction  $B(x)$  est le bénéfice, en euros, obtenu par la vente de  $x$  portes

1. Montrer que  $B(x) = -0,001x^3 - 0,078x^2 + 44,1x - 1500$ .
2. Pour quel nombre de portes vendues, le bénéfice est-il maximal et quel est alors ce bénéfice? Justifier votre réponse.

**EXERCICE 7.4** (8 points).

$f$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$  par :  $f(x) = \frac{x^2 - 11x + 28}{x - 3}$ .

On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère du plan.

On donne en annexe de la présente page un repère dans lequel une partie de  $\mathcal{C}$  est déjà tracée.

1.  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$  et on note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ .
  - (a) Justifier que  $f'(x) = \frac{x^2 - 6x + 5}{(x - 3)^2}$ .
  - (b) Étudier le signe de  $f'(x)$  selon les valeurs de  $x$  et établir le tableau de variation de la fonction  $f$  (on indiquera les extremums locaux de  $f$ ).
2.
  - (a) Déterminer, s'il y en a, les abscisses des points de  $\mathcal{C}$  où la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.
  - (b) Soit  $T$  la tangente à  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 0. Déterminer une équation de  $T$ .
3.
  - (a) Tracer les tangentes de la question 2.
  - (b) Compléter le tracé de  $\mathcal{C}$ .

FIGURE 7.1 – Figure de l'exercice 7.4

