

Devoir surveillé n°2

Composition – Dérivation – Limites – Graphes – Sections

EXERCICE 2.1 (4,5 points).

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

• $f(x) = \frac{1}{x^3+x}$

• $g(x) = \sqrt{x^2+x+1}$

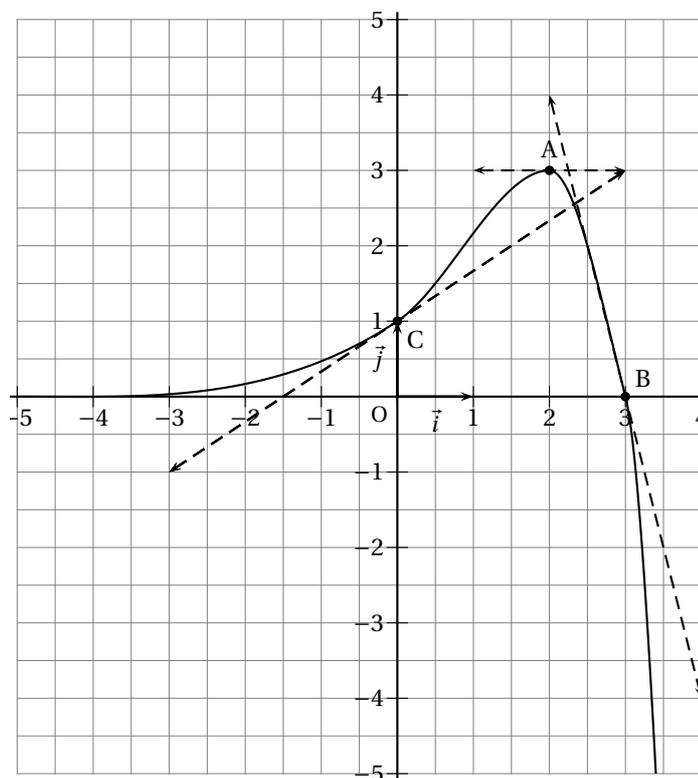
• $h(x) = (x^2-1)^3$

EXERCICE 2.2 (6 points).

Soit une fonction f définie sur \mathbb{R} et dérivable sur \mathbb{R} . On donne son tableau de variations :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	0	3	$-\infty$

La courbe (\mathcal{C}) donnée ci-après représente la fonction f dans un repère orthonormal du plan. Cette courbe passe par les points A (2; 3) et coupe les axes en B (3; 0) et en C (0, 1). Les droites en pointillés sont les tangentes à la courbe en A, en B et en C.



1. Sans justifier :

- Déterminer graphiquement $f(2)$, $f'(2)$, $f(3)$ et $f'(3)$.
- Déterminer graphiquement les signes de $f(x)$ et de $f'(x)$ selon les valeurs de x .
On pourra résumer ces résultats dans un unique tableau.

2. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = (f(x))^2$.

On admet que g est dérivable sur \mathbb{R} .

- Déterminer les variations de g .
- Déterminer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition. On justifiera les résultats.
- Calculer $g'(3)$.

EXERCICE 2.3 (6 points).

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ par : $f(x) = \frac{x^2+x+4}{x-3}$

On appelle f' sa fonction dérivée et \mathcal{C} sa représentation graphique.

1. Étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
En déduire les éventuelles asymptotes à \mathcal{C} .
2. On admet que, pour tout $x \neq 3$, $f'(x) = \frac{x^2-6x-7}{(x-3)^2}$.
 - (a) Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x .
 - (b) Dresser le tableau des variations de f en indiquant les extremums locaux.
3. (a) Montrer que, pour tout $x \neq 3$, $f(x) = x + 4 + \frac{16}{x-3}$
 (b) Montrer que la droite \mathcal{D} d'équation $y = x + 4$ est une asymptote à \mathcal{C} en $+\infty$ et en $-\infty$.
4. Dans le repère de la figure 2.1 page ci-contre :
 - (a) placer les points correspondants aux extremums locaux
 - (b) tracer les éventuelles asymptotes à \mathcal{C}
 - (c) tracer la courbe \mathcal{C}

EXERCICE 2.4 (5 points).

Pour les élèves **ne suivant pas** l'enseignement de spécialité.

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{-2x+3}{-x^2-x+2}$.

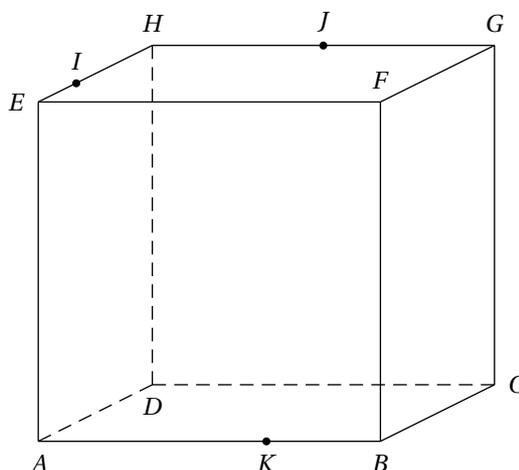
1. Montrer que f est définie sur $] -\infty; -2[\cup] -2; 1[\cup] 1; +\infty[$.
2. Choisir trois des bornes de l'ensemble de définition de f et déterminer les limites de f en chacune de ces trois bornes.
3. En déduire les éventuelles asymptotes à la courbe de f .

EXERCICE 2.4 (5 points).

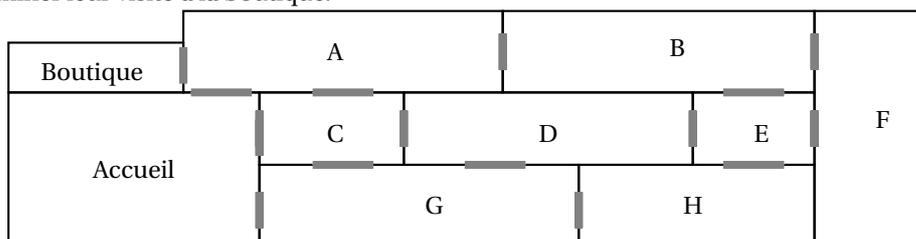
Pour les élèves **suivant** l'enseignement de spécialité.

Les questions sont indépendantes.

1. Construire sur le dessin en perspective la trace du plan (IJK) sur le cube $ABCDEFGH$.
On ne demande aucune justification mais on laissera les traits de construction et on indiquera les éventuels parallélismes utilisés.



2. Voici le plan d'un musée : les parties grisées matérialisent les portes et les visiteurs partent de l'accueil, visitent le musée et doivent terminer leur visite à la boutique.



- (a) Est-il possible de trouver un circuit où les visiteurs passent une fois et une seule par toutes les portes? On justifiera très rigoureusement.
- (b) Si oui, donner un tel circuit; si non proposer une modification simple du musée permettant un tel circuit.

Annexes

FIGURE 2.1 – Figure de l'exercice 2.3

