Devoir surveillé n°2

Composition – Dérivation – Limites – Graphes – Sections

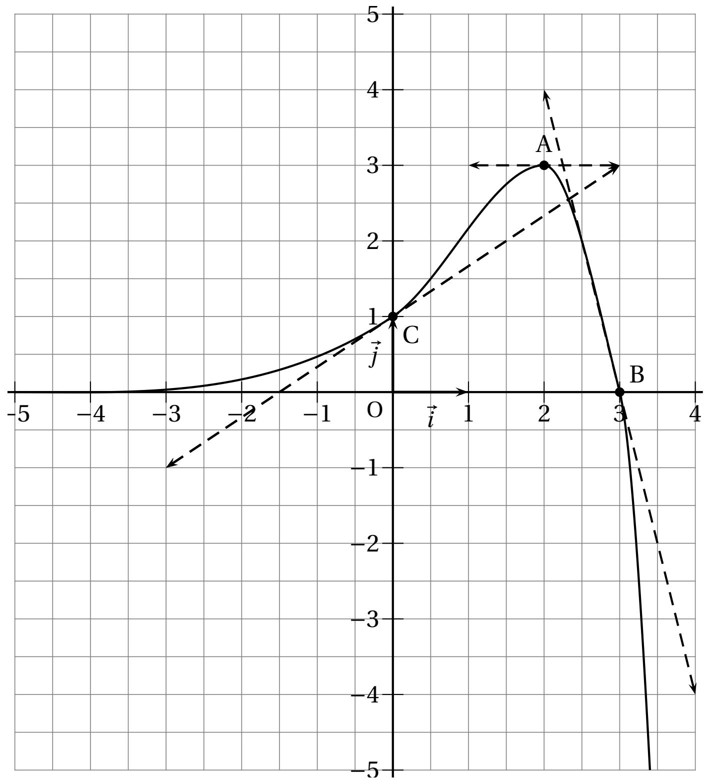
EXERCICE 2.1 (3 points)**.**
Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

- $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$
- $g(x) = \sqrt{x^3+x+1}$
- $h(x) = \left(x^2+2x-1\right)^3$

EXERCICE 2.2 (6 points)**.**
Soit une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et dérivable sur $\mathbb{R}$. On donne son tableau de variations :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

La courbe $(\mathscr{C})$ donnée ci-après représente la fonction f dans un repère orthonormal du plan. Cette courbe passe par les points A $(2\,;\,3)$ et coupe les axes en B $(3\,;\,0)$ et en C $(0,1)$. Les droites en pointillés sont les tangentes à la courbe en A, en B et en C.



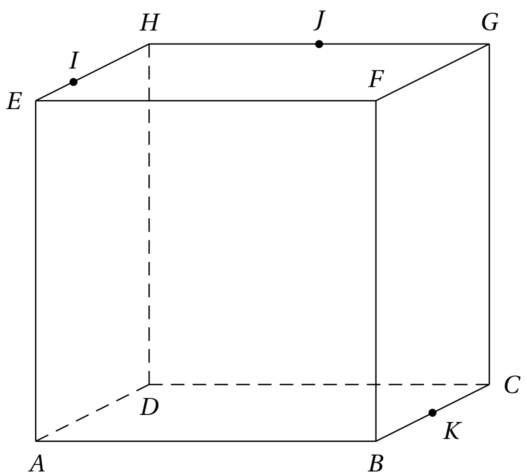
1. Sans justifier :
   (a) Déterminer graphiquement $f(0)$, $f'(0)$, $f(2)$ et $f'(2)$.
   (b) Déterminer graphiquement les signes de $f(x)$ et de $f'(x)$ selon les valeurs de x.
   On pourra résumer ces résultats dans un unique tableau.
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \left(f(x)\right)^2$.
   On admet que g est dérivable sur $\mathbb{R}$.
   (a) Déterminer les variations de g.
   (b) Déterminer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition. *On justifiera les résultats.*
   (c) Calculer $g'(0)$.

EXERCICE 2.3 (6 points)**.**
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$ par : $f(x) = \frac{x^2+x+4}{x-3}$
On appelle f' sa fonction dérivée et $\mathscr{C}$ sa représentation graphique.

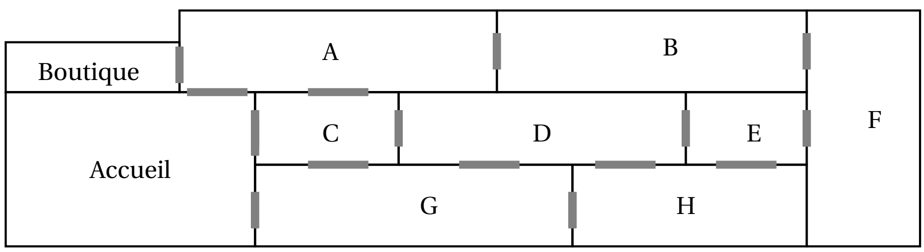
1. Étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
   En déduire les éventuelles asymptotes à $\mathscr{C}$.
2. On admet que, pour tout $x \neq 3$, $f'(x) = \frac{x^2-6x-7}{(x-3)^2}$.
   (a) Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x.
   (b) Dresser le tableau des variations de f en indiquant les extremums locaux.
3. (a) Montrer que, pour tout $x \neq 3$, $f(x) = x+4+\frac{16}{x-3}$
   (b) Montrer que la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = x+4$ est une asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$ et en $-\infty$.
4. Dans le repère de la figure 2.1 page suivante :
   (a) placer les points correspondants aux extremums locaux
   (b) tracer les éventuelles asymptotes à $\mathscr{C}$
   (c) tracer la courbe $\mathscr{C}$

EXERCICE 2.4 (5 points)**.**
Les questions sont indépendantes.

1. Construire sur le dessin en perspective la trace du plan (IJK) sur le cube $ABCDEFGH$.
   On ne demande aucune justification mais on laissera les traits de construction et on indiquera les éventuels parallélismes utilisés.



2. Voici le plan d'un musée : les parties grisées matérialisent les portes et les visiteurs partent de l'accueil, visitent le musée et doivent terminer leur visite à la boutique.



   (a) Est-il possible de trouver un circuit où les visiteurs passent une fois et une seule par toutes les portes ? *On justifiera très rigoureusement.*
   (b) Si oui, donner un tel circuit ; si non proposer une modification simple du musée permettant un tel circuit.

Annexes

FIGURE 2.1 – Figure de l'exercice 2.3