

Devoir surveillé n°9

Exponentielle

EXERCICE 9.1 (6 points).

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une seule des réponses proposées est correcte.

On demande de cocher celle que vous pensez être correcte sachant qu'une réponse juste rapporte 1 point, une réponse fausse enlève 0,5 point et qu'une absence de réponse n'apporte ni n'enlève de point.

1. Le nombre $e^{3\ln(2)}$ est égal à
☐ 9 ☐ 8 ☐ $2e^3$
2. Le nombre $e^{\frac{2}{3}} \times e^{\frac{1}{3}}$ est égal à
☐ e ☐ 1 ☐ $e^{\frac{2}{9}}$
3. Le nombre -3 est solution de l'équation :
☐ $\ln x = -\ln 3$ ☐ $\ln(e^x) = -3$ ☐ $e^{\ln x} = -3$
4. L'équation $e^{-3x} = 5$ admet pour solution dans $\mathbb{R}$:
☐ $-\frac{\ln(5)}{3}$ ☐ $3 + \ln(5)$ ☐ $-\ln\left(\frac{5}{3}\right)$
5. L'inéquation $e^{x-3} \leq 4$ a pour ensemble de solutions dans $\mathbb{R}$:
☐ $S =]-\infty; 4 + \ln(3)]$ ☐ $S =]-\infty; 7]$ ☐ $S =]-\infty; 3 + \ln(4)]$
6. Soit f la fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = (2x+3)e^{-x}$. Sa fonction dérivée f' est donnée par :
☐ $f'(x) = 2e^{-x}$ ☐ $f'(x) = (-2x-3)e^{-x}$ ☐ $f'(x) = (-2x-1)e^{-x}$

EXERCICE 9.2 (6 points).

La fonction f est définie sur $[-2; 2]$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 2x - 1,5$$

1. Donner les valeurs exactes de :
 - (a) $f(0)$.
 - (b) $f\left(\frac{\ln(2)}{2}\right)$.
 - (c) $f(1)$.
2. On note f' la fonction dérivée de f .
 - (a) Calculer $f'(x)$.
 - (b) Résoudre dans $[-2; 2]$ l'inéquation $e^{2x} - 2 \geq 0$.
 - (c) En déduire le tableau des variations de la fonction f en y indiquant la valeur exacte de l'extremum.

EXERCICE 9.3 (8 points).

Une entreprise de maroquinerie fabrique des sacs.

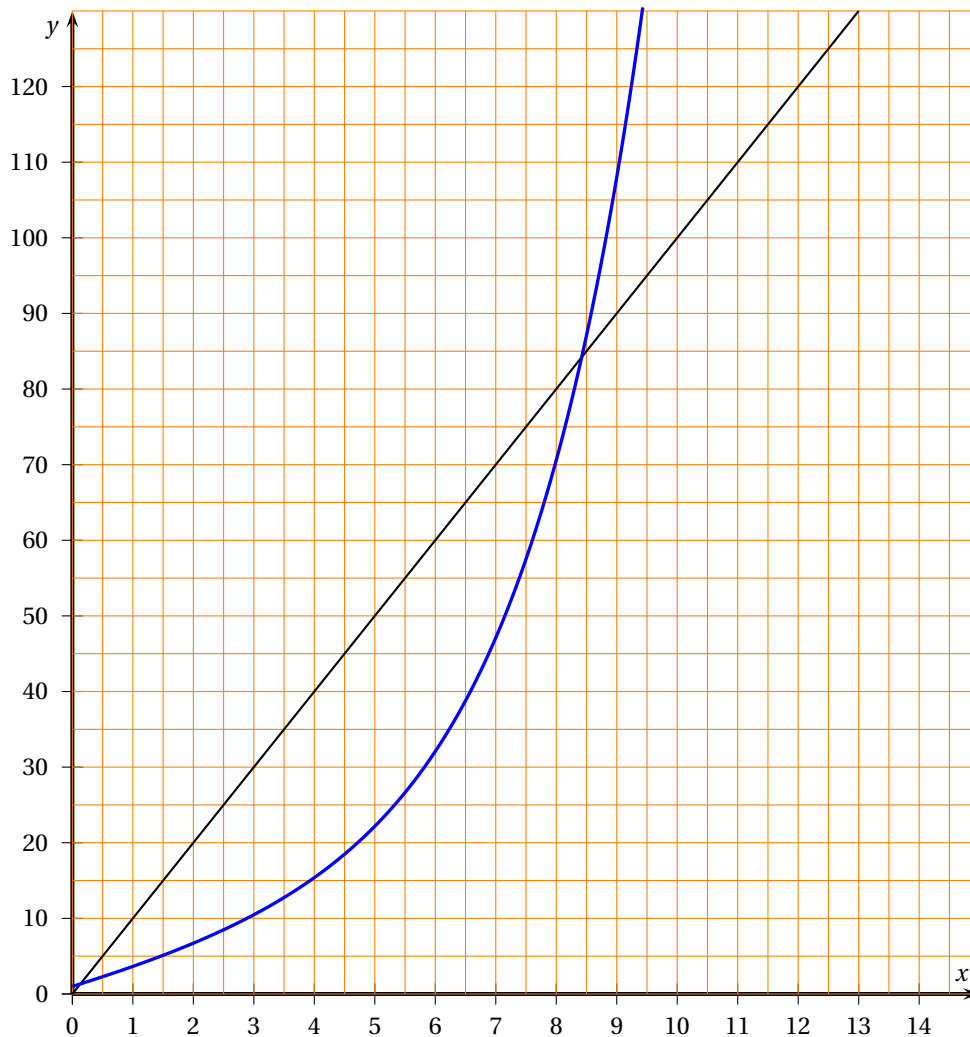
On désigne par x le nombre de centaines de sacs fabriqués par jour dans l'entreprise.

Le coût de fabrication de x centaines de sacs, exprimé en centaines d'euros, est donné par : $C(x) = 2x + e^{0,5x}$.

Chaque sac est vendu 10 euros, on note $R(x)$ la recette, exprimée en centaines d'euros, correspondant à la vente de x centaines de sacs. On a donc $R(x) = 10x$.

Partie 1 – Lectures graphiques

Voici les représentations graphiques des fonctions C et R :



- Parmi ces deux représentations graphiques, quelle est celle de la fonction R ?
- À l'aide du graphique, recopier et compléter le tableau suivant :

x			8
$C(x)$	10		
$R(x)$		40	

- Arrondir à la centaine de sacs, combien de centaines de sacs faut-il fabriquer pour que l'entreprise soit certaine d'être bénéficiaire ?

Partie 2

On note $B(x)$ le bénéfice journalier, exprime en centaines d'euros réalisé par l'entreprise.

- Montrer que $B(x) = 8x - e^{0,5x}$.
- Calculer $B'(x)$. La notation B' désigne la fonction dérivée de la fonction B .
 - Montrer que dans $[0; 15]$, résoudre $B'(x) \leq 0$ revient à résoudre l'inéquation $e^{0,5x} \geq 16$.
 - Dresser le tableau de variations de la fonction B sur $[0; 15]$.
 - En déduire la valeur exacte de x pour laquelle B admet un maximum. On donnera une valeur arrondie de cette valeur exacte à 10^{-2} .
- En déduire la valeur maximale du bénéfice arrondi à l'euro.