

Devoir surveillé n°4

Statistiques – Suites numériques

EXERCICE 4.1 (6 points).

Selon l'institut national de la statistique et des études économiques (INSEE) un indice des prix a suivi, en France, l'évolution suivante entre les années 2000 et 2006.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Indice y_i	100	101,5	102,8	104,0	107,1	109,4	113,5

INSEE : formation brute de capital fixe

L'exercice a pour objet d'étudier l'évolution de cet indice en utilisant deux modèles mathématiques.

- Représenter graphiquement le nuage de points M_i de coordonnées $(x_i; y_i)$ sur la figure 4.1 page suivante.
- Ajustement affine.
 - À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement de y en x , obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au centième).
 - À partir des calculs effectués ci-dessus, on retient comme ajustement affine du nuage de points la droite d'équation $y = 2,2x + 96,8$.
Tracer la droite $\mathcal{D}$ sur le graphique donné en annexe sur la figure 4.1 page suivante.
Le tracé de la droite devra être justifié par un calcul approprié.
 - En supposant que ce modèle reste valable pour l'année 2007, donner une prévision de la valeur de l'indice pour 2007. Indiquer la méthode utilisée.
- Ajustement à l'aide d'un logiciel.
Un logiciel de calcul propose d'ajuster le nuage de points à l'aide d'une partie de la courbe d'équation :

$$y = 0,3x^2 + 0,1x + 99,9.$$

La courbe $\mathcal{C}$ est tracée sur la figure 4.1 page suivante.

- Déterminer l'ordonnée du point de la courbe $\mathcal{C}$ d'abscisse 8.
- On suppose que le modèle défini par la courbe $\mathcal{C}$ reste valable pour l'année 2007.
Donner, selon ce modèle, la valeur de l'indice pour 2007.

EXERCICE 4.2 (14 points).

Marc postule pour un emploi dans deux entreprises.

La société ALLCAUR propose à compter du 1^{er} janvier 2008, un contrat à durée déterminée (CDD) de 2 ans avec un salaire net de 1 800 € le premier mois, puis une augmentation de 0,7 % chaque mois sur la période de 2 ans.

La société CAURALL propose un salaire de départ de 1 750 € augmenté de 20 € chaque mois.

Partie A. Étude de la rémunération proposée par ALLCAUR.

On note U_0 le salaire du mois de janvier 2008, U_1 celui du mois de février 2008, ..., U_{23} celui de décembre 2009 proposé à Marc par la société ALLCAUR.

- Déterminer U_0 , U_1 , U_2 et U_3 arrondis à 10^{-2} .
- Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n .
 - En déduire la nature de la suite U_n , en précisant son premier terme et sa raison.
 - Exprimer U_n en fonction de n .
- Déterminer le salaire que percevrait Marc, au centime près, au dernier mois de son CDD.
- Calculer le montant total S des salaires qui seraient versés à Marc sur les 2 ans, arrondi au centime.

Partie B. Étude de la rémunération proposée par CAURALL.

On note V_0 le salaire du mois de janvier 2008, V_1 celui du mois de février 2008, ..., V_{23} celui de décembre 2009 proposé à Marc par la société CAURALL.

- Déterminer V_0 , V_1 , V_2 et V_3 .
- Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n .
 - En déduire la nature de la suite V_n , en précisant son premier terme et sa raison.
 - Exprimer V_n en fonction de n .
- Déterminer le salaire que percevrait Marc au dernier mois de son CDD.
- Calculer le montant total S' des salaires qui seraient versés à Marc sur les 2 ans.
- Lequel des deux contrats est le plus avantageux ?

FIGURE 4.1 – Figure de l'exercice 4.1

