

Chapitre 6

Applications de la dérivation

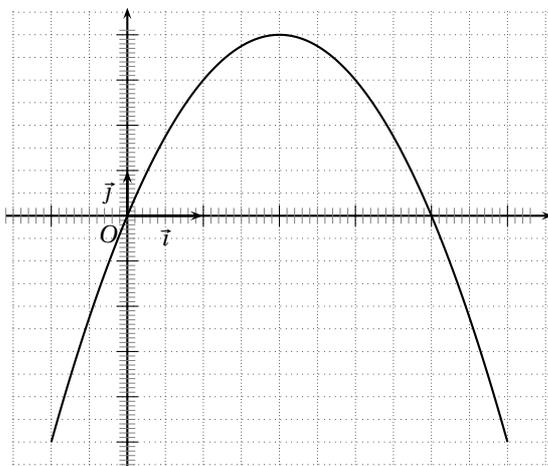
Sommaire

6.1 Activités	49
6.2 Variation de fonctions et signe de la dérivée	50
6.3 Exercices	50

6.1 Activités

ACTIVITÉ 6.1.

Le plan est muni du repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-1; 5]$ dont on donne la courbe représentative \mathcal{C} sur la figure ci-dessous.



1. Lire sur le graphique :
 - (a) l'image de 1 par f :
 - (b) $f(-1) = \dots\dots\dots$
2. Déterminer le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de :
 - (a) 3 par la fonction f :
 - (b) -2 par la fonction f :
3. (a) Compléter les phrases suivantes :

La fonction f admet un maximum atteint en $x = \dots\dots\dots$
 Ce maximum est $f(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$
 La fonction f admet un minimum atteint en $x = \dots\dots\dots$ et $x = \dots\dots\dots$
 Ce minimum est $f(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$
- (b) Compléter alors :

Si $x \in [-1; 5]$, alors
 $\dots\dots\dots \leq f(x) \leq \dots\dots\dots$

4. Résoudre graphiquement les équations suivantes :
 - (a) $f(x) = 0$ $S = \dots\dots\dots$
 - (b) $f(x) = 4$ $S = \dots\dots\dots$
5. (a) Déterminer pour quelles valeurs de x de $[-1; 5]$, $f(x)$ est positif.
 (b) En déduire le tableau de signe de $f(x)$ sur $[-1; 5]$.

x	
Signes de $f(x)$	

6. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 3$.
 $S = \dots\dots\dots$
7. (a) On admet que la courbe \mathcal{C} admet une tangente Δ au point A de coordonnées $(3; 3)$ et que $f'(3) = -2$.
 Construire la tangente Δ .
 (b) On admet que la courbe \mathcal{C} admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point $S(2; 4)$.
 En déduire le nombre dérivé $f'(2)$.
8. Soit B le point de coordonnées $(1; 4)$. On admet que la courbe \mathcal{C} admet (OB) comme tangente au point O .
 - (a) Construire la droite (OB) .
 - (b) Déterminer le nombre dérivé $f'(0)$.
9. (a) Compléter le tableau de variation de f :

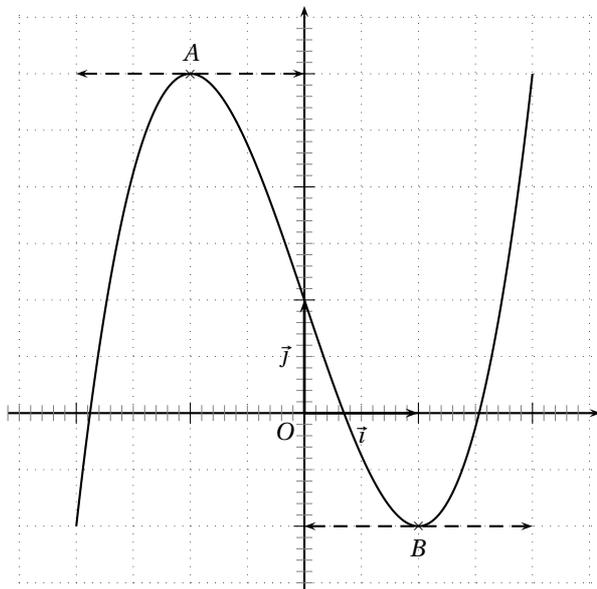
x	
Variations de f	

- (b) Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :
 - i. $f'(x) \leq 0$ $S = \dots\dots\dots$
 - ii. $f'(x) \geq 0$ $S = \dots\dots\dots$

ACTIVITÉ 6.2.

La courbe \mathcal{C} de la figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $I = [-2; 2]$ par : $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

Aux points A et B de la courbe \mathcal{C} , les tangentes sont parallèles à l'axe des abscisses.

**1. Approche graphique**

- (a) Donner le tableau de variation de f à partir du graphique.

x	
Variations de f	

- (b) En traçant à main levée des tangentes à la courbe \mathcal{C} , dresser un tableau donnant le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x .

x	
Signe de $f'(x)$	

Préciser le lien constaté entre le signe de $f'(x)$ et les variations de f .

2. Étude algébrique

- (a) Déterminer $f'(x)$.
 (b) Factoriser $f'(x)$.
 (c) Étudier le signe de $f'(x)$ selon les valeurs de x .

x	
Signe de $f'(x)$	

- (d) Comparer au résultat obtenu dans l'approche graphique.
 (e) Quel semble être le lien entre le signe de $f'(x)$ et les variations de f ?

6.2 Variation de fonctions et signe de la dérivée

Propriété 6.1. Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

- Si f est croissante sur I , alors, pour tout $x \in I$, $f'(x) \geq 0$.
- Si f est décroissante sur I , alors, pour tout $x \in I$, $f'(x) \leq 0$.

Réciproquement :

Propriété 6.2. Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

- Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$, alors f est strictement croissante sur I .
- Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$, alors f est strictement décroissante sur I .
- Si pour tout $x \in I$, $f'(x) = 0$, alors f est constante sur I .

Propriété 6.3. Soit f une fonction définie sur un intervalle I et $\alpha \in I$.

Si $f'(x)$ s'annule en changeant de signe en α , alors $f(x)$ admet un extremum local (minimum ou maximum) atteint en α .

On l'admettra.

6.3 Exercices

- 2 page 139
- 17 à 20 page 143
- 27 et 30 page 148
- 34 et 38 page 149
- 42 page 150
- Problèmes : 45 à 49 page 154 à 156