

Devoir surveillé n°3

Systèmes d'équations et d'inéquations

Exercice 3.1 (6 points).

Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système :

$$\mathcal{S} : \begin{cases} 2x + y + 4z = 9 \\ x + 3y - 2z = -5 \\ 3x + 2y - z = -7 \end{cases}$$

Exercice 3.2 (14 points).

Partie A

Dans le repère de la figure 3.1 page suivante (à rendre avec la copie), on a construit les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ d'équations respectives :

$$\mathcal{D}_1 : 2x + y = 24$$

$$\mathcal{D}_2 : 2x + 3y = 36$$

1. Calculer les coordonnées du point I , intersection des droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$.
2. Sur la feuille annexe, mettre en évidence l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan dont les coordonnées vérifient :

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \leq 24 \\ 2x + 3y \leq 36 \end{cases}$$

Partie B

Un artisan fabrique des portes de placard. Les unes sont en hêtre, les autres sont en chêne.

- En raison de contraintes liées à l'approvisionnement, cet artisan ne peut produire plus de 9 portes en chêne par semaine.
- La fabrication d'une porte en hêtre dure 4 heures et nécessite 2 m^2 de bois. Celle d'une porte en chêne dure 2 heures et nécessite 3 m^2 de bois.
- L'artisan ne travaille pas plus de 48 heures par semaine et il ne peut pas entreposer plus de 36 m^2 de bois dans son atelier.

Soit x le nombre de portes en hêtre fabriquées et y le nombre de portes en chêne fabriquées par semaine (x et y sont des nombres entiers).

1. Déterminer, en justifiant les réponses, le système d'inéquations traduisant les contraintes de la production hebdomadaire de l'artisan.
2. Utiliser le graphique réalisé dans la partie A pour répondre aux questions suivantes :
 - (a) Si l'artisan produit 5 portes en hêtre, combien de portes en chêne au maximum peut-il fabriquer ?
 - (b) Si l'artisan produit 3 portes en chêne, combien de portes en hêtre au maximum peut-il fabriquer ?
3. L'artisan fait un bénéfice de 30 € sur une porte en hêtre et un bénéfice de 20 € sur une porte en chêne.
 - (a) On note B le bénéfice total réalisé sur la vente de x portes en hêtre et de y portes en chêne. Exprimer B en fonction de x et de y .
 - (b) Représenter graphiquement sur la feuille annexe, la droite Δ correspondant à un bénéfice de 180 €.
 - (c) Déterminer graphiquement le nombre de portes de chaque sorte à fabriquer par semaine, pour que le bénéfice soit maximal. Expliquer la méthode suivie.
 - (d) Quel est, alors, ce bénéfice en euros ?

FIGURE 3.1 – Figure de l'exercice 3.2

