

Devoir surveillé n°7

Suites numériques

Exercice 7.1 (4 points).

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, quatre réponses sont proposées. Une seule des réponses proposées est correcte.

On demande de cocher celle que vous pensez être correcte sachant qu'une réponse juste rapporte 1 point, une réponse fausse ou une absence de réponse n'apportent ni n'enlèvent de point.

- On place un capital de 1 000 euros à 3 % par an avec **intérêts simples**. Au bout de 10 ans le capital disponible est égal à :

<input type="checkbox"/> 1 030 €	<input type="checkbox"/> 1 344 €	<input type="checkbox"/> 1 300 €	<input type="checkbox"/> 3 000 €
----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------
- La population d'une ville diminue de 2 % par an. Sa population aura diminué de moitié dans :

<input type="checkbox"/> 15 ans	<input type="checkbox"/> 20 ans	<input type="checkbox"/> 25 ans	<input type="checkbox"/> 35 ans
---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------
- Un taux mensuel de 0,33 % avec **intérêts composés** est équivalent à un taux annuel de :

<input type="checkbox"/> 4,03 %	<input type="checkbox"/> 3,96 %	<input type="checkbox"/> 3,88 %	<input type="checkbox"/> 4,33 %
---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------
- La valeur actuelle d'un capital de 2 500 euros dans 5 ans à **intérêts composés** au taux annuel de 4,5 % est :

<input type="checkbox"/> 1 938 €	<input type="checkbox"/> 2 006 €	<input type="checkbox"/> 2 150 €	<input type="checkbox"/> 3 115 €
----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

Exercice 7.2 (7 points).

On s'intéresse à l'évolution de la population d'une ville V et on veut étudier plusieurs modèles d'évolution. En 2 005, la population de la ville V est estimée à 10 000 habitants.

- Première hypothèse de croissance
En analysant l'évolution récente, on fait d'abord comme hypothèse que la population de la ville va augmenter de 500 habitants par an. On note $u_0 = 10\,000$ la population en 2 005, et u_n la population en $(2005 + n)$.
 - Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
 - Exprimer u_n en fonction de n .
 - En quelle année la population atteindra-t-elle 20 000 habitants ?
- Deuxième hypothèse de croissance
On travaille avec l'hypothèse d'une augmentation de 4,5 % par an. On note v_n la population en $(2005 + n)$. Nous avons alors $v_0 = 10\,000$.
 - Quelle sera alors la population de la ville en 2 006 ? en 2 007 ?
 - Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Exprimer v_n en fonction de n .
 - Calculer la population de la ville en 2 020.
 - En examinant l'évolution de villes comparables, des experts ont estimé que la population de la ville V considérée allait doubler en 15 ans. Le résultat trouvé en 2c vous paraît-il correspondre à ce que pensaient les experts ?

Exercice 7.3 (9 points).

Le 01/01/2006, un nouvel employé dans une entreprise se voit proposer deux formules pour l'évolution de son **salaire mensuel** : dans la formule A, il est augmenté tous les ans, au 1^{er} janvier, de 20 euros ; dans la formule B, il est augmenté tous les ans, au 1^{er} janvier, de 1,5 %. Son salaire mensuel initial durant l'année 2006 est de 1 300 euros.

On note u_n le **salaire annuel** selon la formule A durant l'année $2006 + n$ et v_n le **salaire annuel** selon la formule B durant l'année $2006 + n$

- Expliquer pourquoi, en 2006, on a : $u_0 = v_0 = 15\,600$.
- Expliquer pourquoi, en 2007, on a : $u_1 = 15\,840$; $v_1 = 15\,834$.
- Donner, en justifiant la réponse, la nature des deux suites étudiées. Préciser la raison pour chacune de ces deux suites.
- Exprimer u_n et v_n en fonction de n .
- Calculer et comparer les deux formules en 2016 puis en 2026 (arrondir les résultats au centime d'euro).
- Cet employé partira à la retraite au bout de 42 années complètes de travail dans cette entreprise. Il décide de calculer combien il aurait gagné d'argent dans toute sa carrière.
On appelle S_n et T_n les sommes des termes des deux suites étudiées définies par :

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n \quad \text{et} \quad T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

Calculer combien l'employé aurait gagné dans toute sa carrière selon chacune des formules A et B.