

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Hiver 2 009

Épreuve :
MATHÉMATIQUES
Sujet pour les élèves de TMERC2

Série
SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LA GESTION

Spécialité :
Marketing (coefficient : 3)

Durée de l'épreuve : 3 heures.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet comporte 6 pages.

Exercice 1 (3 points).

Le tableau ci-dessous résume partiellement les échanges extérieurs concernant le tourisme au cours des deux années 2004 et 2005. Il est constitué à partir de données publiées par la Banque de France.

	2004	2005
Dépenses, en milliards d'euros, des touristes étrangers en France		33,9
Dépenses, en milliards d'euros, des touristes français à l'étranger	23,0	25,0
Solde, en milliards d'euros		8,9

Pour chaque question, donner les calculs effectués.

- Calculer le taux d'évolution des dépenses des touristes français à l'étranger entre 2004 et 2005. (Arrondir le résultat à 0,1 %).
- Sachant qu'entre 2004 et 2005 les dépenses des touristes étrangers en France ont augmenté de 3,5 %, déterminer le montant de ces dépenses en 2004. (Arrondir le résultat au dixième).
- (a) Calculer le solde pour l'année 2004, c'est-à-dire la différence entre les dépenses des touristes étrangers en France et celles des touristes français à l'étranger.
(b) Calculer le taux d'évolution de ce solde entre 2004 et 2005. (Arrondir le résultat à 0,1 %).

Exercice 2 (5 points).

Selon l'institut national de la statistique et des études économiques (INSEE) un indice des prix a suivi, en France, l'évolution suivante entre les années 2000 et 2006.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Indice y_i	100	101,5	102,8	104,0	107,1	109,4	113,5

INSEE : formation brute de capital fixe

L'exercice a pour objet d'étudier l'évolution de cet indice en utilisant deux modèles mathématiques.

- Représenter graphiquement le nuage de points M_i de coordonnées $(x_i; y_i)$ sur la figure 2 page 5 donnée en annexe, **à rendre avec la copie**.
- Ajustement affine.
 - À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement de y en x , obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au centième).
 - À partir des calculs effectués ci-dessus, on retient comme ajustement affine du nuage de points la droite d'équation $y = 2,2x + 96,8$.
Tracer la droite \mathcal{D} sur le graphique donné en annexe sur la figure 2 page 5, **à rendre avec la copie**.
Le tracé de la droite devra être justifié par un calcul approprié.
 - En supposant que ce modèle reste valable pour l'année 2007, donner une prévision de la valeur de l'indice pour 2007. Indiquer la méthode utilisée.
- Ajustement à l'aide d'un logiciel.
Un logiciel de calcul propose d'ajuster le nuage de points à l'aide d'une partie de la courbe d'équation :

$$y = 0,3x^2 + 0,1x + 99,9.$$

La courbe \mathcal{C} est tracée en annexe sur la figure 2 page 5, **à rendre avec la copie**.

- Déterminer l'ordonnée du point de la courbe \mathcal{C} d'abscisse 8.
- On suppose que le modèle défini par la courbe \mathcal{C} reste valable pour l'année 2007.
Donner, selon ce modèle, la valeur de l'indice pour 2007.

Exercice 3 (7 points).

Monsieur Durand dirige une entreprise familiale qui fabrique des montres de luxe depuis cinquante ans. Il part à la retraite et confie l'entreprise à son fils Vincent.

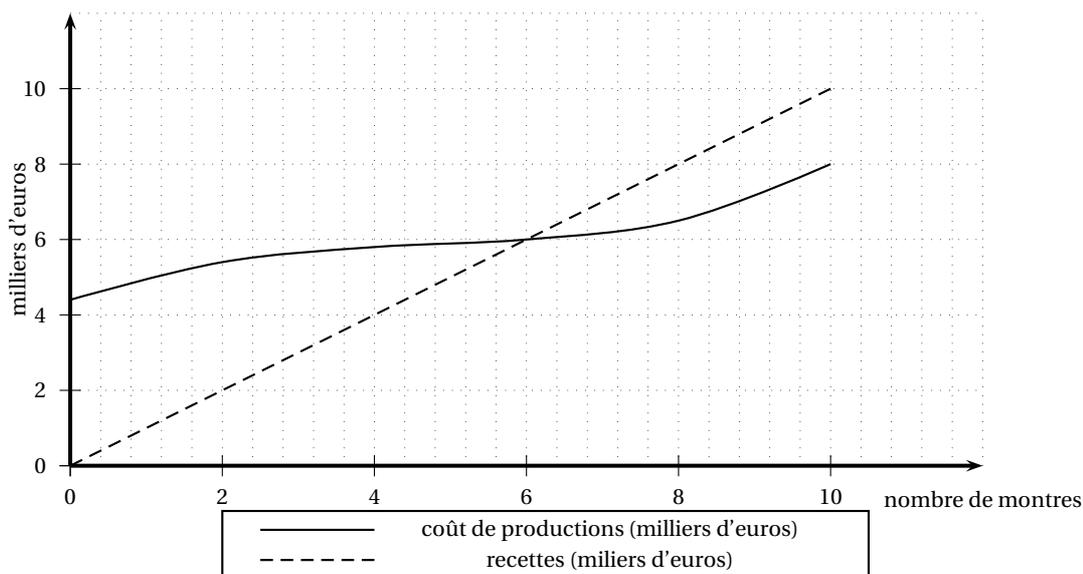
Partie 1.

Dès la première semaine, Vincent demande à un collaborateur un compte rendu de l'activité journalière de l'usine ; celui-ci lui remet le document donné par la figure 1 page suivante.

En lisant graphiquement les deux courbes du document, répondre aux questions suivantes.

- Quel est le nombre maximum de montres produites en une journée ?
- Quel est le coût de production, en euros, de 6 montres ? de 8 montres ?

FIGURE 1 – Figure de l'exercice 3



3. Combien faut-il vendre de montres pour obtenir une recette de 6000 € ?
4. Combien de montres faut-il vendre par jour pour que l'usine fasse un bénéfice ? (ce bénéfice doit être strictement positif.)

Partie 2.

La semaine suivante, Vincent se demande s'il peut produire plus de montres à condition que l'usine reste bénéficiaire. Il convoque son collaborateur qui lui remet le document donné par le tableau 1 de la présente page, dressé à l'aide d'un tableur.

TABLE 1 – Tableau de l'exercice 3

	A	B	C
1	Nombre de montres	Coût de production (en milliers d'euros)	Recette (en milliers d'euros)
2	0	4,5	0
3	1	5,075	1
4	2	5,44	2
5	3	5,655	3
6	4	5,78	4
7	5	5,875	5
8	6	6	6
9	7	6,215	7
10	8	6,58	8
11	9	7,155	9
12	10	8	10
13	11	9,175	11
14	12	10,74	12
15	13	12,755	13
16	14	15,28	14
17	15	18,375	15
18	16	22,1	16
19	17		17

En utilisant le tableau, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le coût de production, en euros, pour 5 montres ? pour 14 montres ?
2. Quelle est la recette, en euros, pour 12 montres ?
3. Combien fabrique-t-on de montres avec 6215 € ?
4. On a entré dans la cellule B2 la formule : $= 0.01*A2^3 - 0.135*A2^2 + 0.7*A2 + 4.5$

que l'on a recopiée jusqu'à la cellule B19.

À quoi correspond la valeur dans la cellule B18?

Quelle valeur sera dans la cellule B19? À quoi correspond-t-elle?

5. Combien peut-on fabriquer de montres en sachant que l'entreprise doit être bénéficiaire?

Donner la réponse sous forme d'un intervalle.

Partie 3.

La troisième semaine, Vincent se préoccupe de savoir combien il faut vendre de montres par jour pour que le bénéfice soit maximum. Cette fois-ci, le collaborateur décide de traiter le problème de façon algébrique.

Il propose de désigner par x , le nombre de montres vendues dans la journée, par $C(x)$ le coût de production de x montres et par $R(x)$ la recette pour x montres vendues. De plus, on a :

$$C(x) = 0,01x^3 - 0,135x^2 + 0,7x + 4,5 \quad \text{et} \quad R(x) = x.$$

Dans cette partie, il s'agit de répondre aux questions suivantes de façon algébrique.

- On désigne par $B(x)$, le bénéfice réalisé par l'entreprise dans une journée.
Montrer que $B(x) = -0,01x^3 + 0,135x^2 + 0,3x - 4,5$.
- Calculer $B'(x)$ et montrer que $B'(x) = -0,03(x - 10)(x + 1)$.
- Étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[0; 17]$.
- Dresser le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0; 17]$.
- Déduire de ce qui précède, le nombre de montres qu'il faut vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximum.
Quel est ce bénéfice maximum?

Exercice 4 (5 points).

Partie A

Sur la figure 3 page 6 donnée en annexe (à rendre avec la copie), on a tracé les droites :

- d_1 d'équation $y = 5$;
- d_2 d'équation $y = -\frac{3x}{7} + \frac{250}{21}$;
- d_3 d'équation $y = -x + 17$;
- d_4 d'équation $x = 4$.

Déterminer graphiquement, en hachurant la partie du plan qui ne convient pas, l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées $(x; y)$ vérifient le système suivant :

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ y \geq 5 \\ y \leq -x + 17 \\ y \leq -\frac{3x}{7} + \frac{250}{21} \end{cases}$$

Partie B

Les propriétaires d'un magasin situé en bord de mer souhaitent acheter des planches à voile pour les proposer à la location. Ils doivent acheter deux types de planche à voile :

- des planches, au coût unitaire de 900 €, destinées aux débutants ;
- des planches, au coût unitaire de 2 100 €, destinées aux utilisateurs confirmés.

Les contraintes sont les suivantes :

- Ils doivent avoir au moins 4 planches pour débutants et 5 planches pour utilisateurs confirmés.
- Pour des raisons de difficulté de stockage, ils ne peuvent acheter au maximum que 17 planches.
- Le budget maximum pour l'achat de l'ensemble des planches est de 25000 €.

On note x le nombre de planches pour débutants et y le nombre de planches pour utilisateurs confirmés achetées par les propriétaires.

- Justifier que les contraintes d'achat sont caractérisées par le système de la partie A avec x et y entiers.
- Le magasin peut-il acheter 6 planches pour débutants et 10 planches pour utilisateurs confirmés?
Justifier la réponse

- Les planches pour débutants seront louées 15 € l'heure ; les planches pour utilisateurs confirmés seront louées 20 € l'heure.

On suppose que toutes les planches seront louées.

- Exprimer, en fonction de x et y le chiffre d'affaire horaire R du magasin.
- Représenter sur la figure 3 page 6 donnée en annexe (à rendre avec la copie) la droite correspondant à un chiffre d'affaire horaire de 100 €.
- Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Les propriétaires souhaitent déterminer le couple $(x; y)$ qui fournira le chiffre d'affaire horaire maximum.
Indiquer comment procéder, donner ce couple $(x; y)$ et le chiffre d'affaire maximum.

Annexes

À rendre avec la copie.

FIGURE 2 – Figure de l'exercice 2

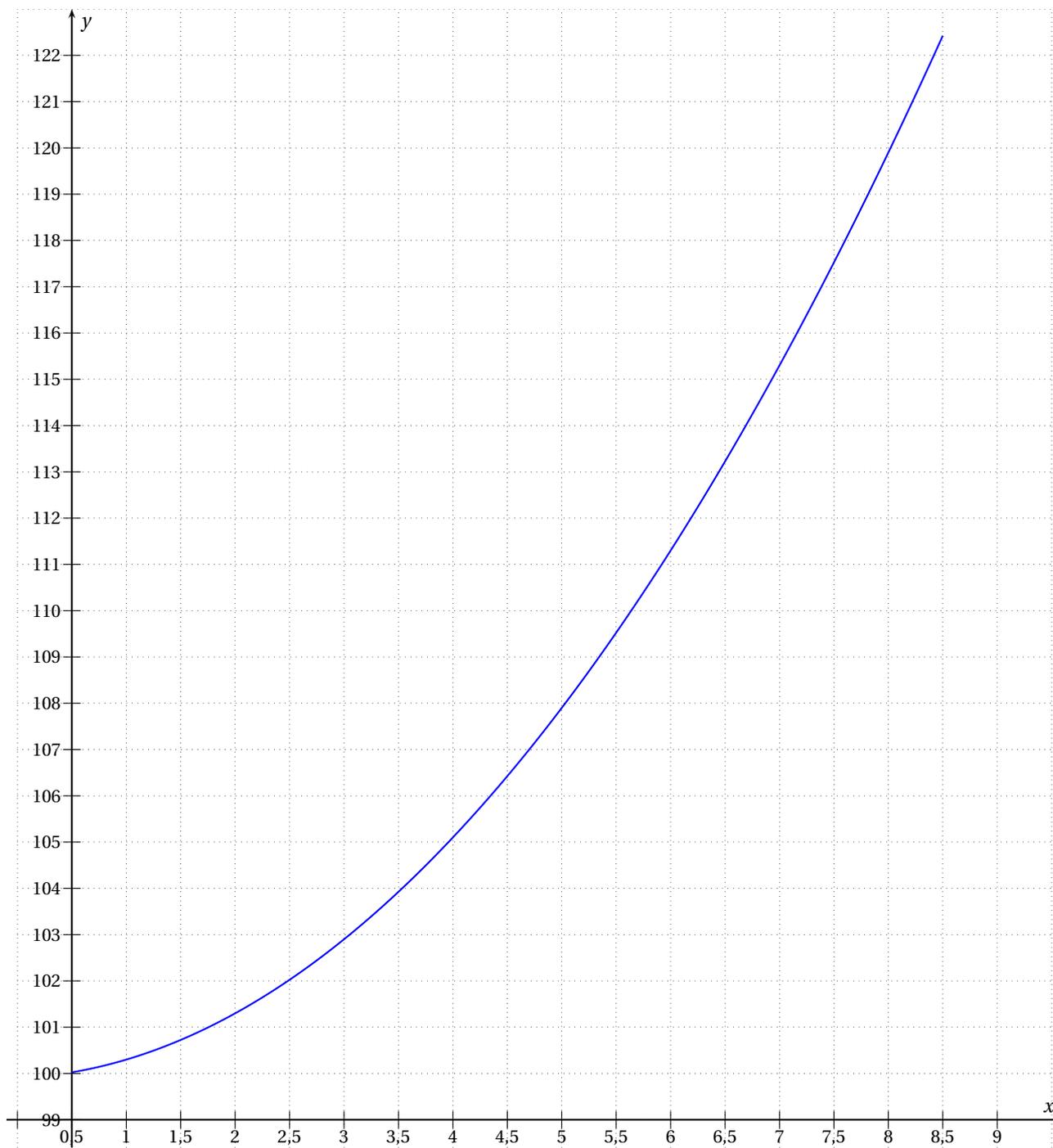


FIGURE 3 – Figure de l'exercice 4

