

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Hiver 2 009

Épreuve : MATHÉMATIQUES Sujet pour les élèves de TMERC1

Série
SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LA GESTION

Spécialité :
Mercatique (coefficient : 3)

Durée de l'épreuve : 3 heures.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet comporte 5 pages.

Exercice 1 (3 points).

Le tableau ci-dessous résume partiellement les échanges extérieurs concernant le tourisme au cours des deux années 2004 et 2005. Il est constitué à partir de données publiées par la Banque de France.

	2004	2005
Dépenses, en milliards d'euros, des touristes étrangers en France		33,9
Dépenses, en milliards d'euros, des touristes français à l'étranger	23,0	25,0
Solde, en milliards d'euros		8,9

Pour chaque question, donner les calculs effectués.

- Calculer le taux d'évolution des dépenses des touristes français à l'étranger entre 2004 et 2005. (Arrondir le résultat à 0,1 %).
- Sachant qu'entre 2004 et 2005 les dépenses des touristes étrangers en France ont augmenté de 3,5 %, déterminer le montant de ces dépenses en 2004. (Arrondir le résultat au dixième).
- (a) Calculer le solde pour l'année 2004, c'est-à-dire la différence entre les dépenses des touristes étrangers en France et celles des touristes français à l'étranger.
(b) Calculer le taux d'évolution de ce solde entre 2004 et 2005. (Arrondir le résultat à 0,1 %).

Exercice 2 (5 points).

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 2,5]$.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f .

On donne sur la figure 2 page 5, la courbe représentative de la fonction f , appelée $\mathcal{C}$, dans un repère orthogonal.

La courbe $\mathcal{C}$ possède les propriétés suivantes :

- la courbe $\mathcal{C}$ passe par le point $A(1 ; 5,5)$;
- la courbe $\mathcal{C}$ passe par le point $B(2 ; 2)$;
- la tangente en B à la courbe $\mathcal{C}$ est horizontale ;
- la tangente en A à la courbe $\mathcal{C}$ passe par le point $T(0 ; 8,5)$.

Partie I

- Placer les points A , B et T et tracer les tangentes à la courbe $\mathcal{C}$ en A et B .
- Déterminer $f(1)$, $f(2)$ et $f'(1)$.
- Donner par lecture graphique une valeur approchée des solutions de l'équation $f(x) = 3$.
- Justifier que $f'(2) = 0$. Donner par lecture graphique une valeur approchée de la deuxième solution de l'équation $f'(x) = 0$.

Partie II

La fonction f dont on connaît la courbe $\mathcal{C}$ est définie sur l'intervalle $[0;2,5]$ par :

$$f(x) = 4x^3 - 16,5x^2 + 18x.$$

- Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant à l'aide de la calculatrice.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$f(x)$						

- (a) Calculer $f'(x)$.
(b) Montrer que : $f'(x) = (12x - 24)(x - 0,75)$.
(c) Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x sur l'intervalle $[0 ; 2,5]$ à l'aide d'un tableau de signe.
- En déduire le tableau de variations de f .
- (a) Calculer $f'(1)$.
(b) Déterminer l'équation de la droite tangente à $\mathcal{C}$ passant par le point $A(1 ; 5,5)$.

Exercice 3 (7 points).

Monsieur Durand dirige une entreprise familiale qui fabrique des montres de luxe depuis cinquante ans. Il part à la retraite et confie l'entreprise à son fils Vincent.

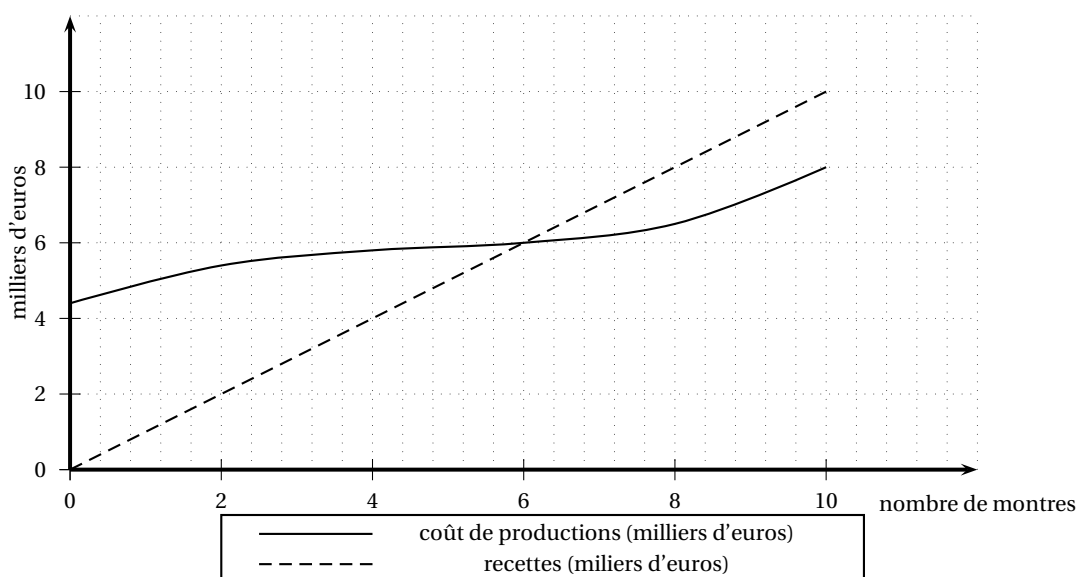
Partie 1.

Dès la première semaine, Vincent demande à un collaborateur un compte rendu de l'activité journalière de l'usine ; celui-ci lui remet le document donné par la figure 1 page suivante.

En lisant graphiquement les deux courbes du document, répondre aux questions suivantes.

- Quel est le nombre maximum de montres produites en une journée ?

FIGURE 1 – Figure de l'exercice 3



2. Quel est le coût de production, en euros, de 6 montres ? de 8 montres ?
3. Combien faut-il vendre de montres pour obtenir une recette de 6000 € ?
4. Combien de montres faut-il vendre par jour pour que l'usine fasse un bénéfice ? (ce bénéfice doit être strictement positif.)

Partie 2.

La semaine suivante, Vincent se demande s'il peut produire plus de montres à condition que l'usine reste bénéficiaire. Il convoque son collaborateur qui lui remet le document donné par le tableau 1 de la présente page, dressé à l'aide d'un tableur.

TABLE 1 – Tableau de l'exercice 3

	A	B	C
1	Nombre de montres	Coût de production (en milliers d'euros)	Recette (en milliers d'euros)
2	0	4,5	0
3	1	5,075	1
4	2	5,44	2
5	3	5,655	3
6	4	5,78	4
7	5	5,875	5
8	6	6	6
9	7	6,215	7
10	8	6,58	8
11	9	7,155	9
12	10	8	10
13	11	9,175	11
14	12	10,74	12
15	13	12,755	13
16	14	15,28	14
17	15	18,375	15
18	16	22,1	16
19	17	26,515	17

En utilisant le tableau, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le coût de production, en euros, pour 5 montres ? pour 14 montres ?
2. Quelle est la recette, en euros, pour 12 montres ?
3. Combien fabrique-t-on de montres avec 6215 € ?
4. Combien peut-on fabriquer de montres en sachant que l'entreprise doit être bénéficiaire ?
Donner la réponse sous forme d'un intervalle.

Partie 3.

La troisième semaine, Vincent se préoccupe de savoir combien il faut vendre de montres par jour pour que le bénéfice soit maximum. Cette fois-ci, le collaborateur décide de traiter le problème de façon algébrique.

Il propose de désigner par x , le nombre de montres vendues dans la journée, par $C(x)$ le coût de production de x montres et par $R(x)$ la recette pour x montres vendues. De plus, on a :

$$C(x) = 0,01x^3 - 0,135x^2 + 0,7x + 4,5 \quad \text{et} \quad R(x) = x.$$

Dans cette partie, il s'agit de répondre aux questions suivantes de façon algébrique.

- On désigne par $B(x)$, le bénéfice réalisé par l'entreprise dans une journée.
Montrer que $B(x) = -0,01x^3 + 0,135x^2 + 0,3x - 4,5$.
- Calculer $B'(x)$ et montrer que $B'(x) = -0,03(x - 10)(x + 1)$.
- Étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[0; 17]$.
- Dresser le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0; 17]$.
- Déduire de ce qui précède, le nombre de montres qu'il faut vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximum.
Quel est ce bénéfice maximum ?

Exercice 4 (5 points).

Marc postule pour un emploi dans deux entreprises.

La société ALLCAUR propose à compter du 1^{er} janvier 2008, un contrat à durée déterminée (CDD) de 2 ans avec un salaire net de 1 800 € le premier mois, puis une augmentation de 0,7 % chaque mois sur la période de 2 ans.

La société CAURALL propose un salaire de départ de 1 750 € augmenté de 20 € chaque mois.

Partie A. Étude de la rémunération proposée par ALLCAUR.

On note U_0 le salaire du mois de janvier 2008, U_1 celui du mois de février 2008, ..., U_{23} celui de décembre 2009 proposé à Marc par la société ALLCAUR.

- Déterminer U_0 , U_1 , U_2 et U_3 arrondis à 10^{-2} .
- (a) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n .
(b) En déduire la nature de la suite U_n , en précisant son premier terme et sa raison.
(c) Exprimer U_n en fonction de n .
- Déterminer le salaire que percevrait Marc, au centime près, au dernier mois de son CDD.
- Calculer le montant total S des salaires qui seraient versés à Marc sur les 2 ans, arrondi au centime.

Partie B. Étude de la rémunération proposée par CAURALL.

On note V_0 le salaire du mois de janvier 2008, V_1 celui du mois de février 2008, ..., V_{23} celui de décembre 2009 proposé à Marc par la société CAURALL.

- Déterminer V_0 , V_1 , V_2 et V_3 .
- (a) Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n .
(b) En déduire la nature de la suite V_n , en précisant son premier terme et sa raison.
(c) Exprimer V_n en fonction de n .
- Déterminer le salaire que percevrait Marc au dernier mois de son CDD.
- Calculer le montant total S' des salaires qui seraient versés à Marc sur les 2 ans.
- Lequel des deux contrats est le plus avantageux ?

Annexes

À rendre avec la copie.

FIGURE 2 – Figure de l'exercice 2

