

## Devoir surveillé n°4

### Dérivation

Un artisan fabrique des objets en bois qu'il propose ensuite aux touristes de passage. Pour chaque semaine, il estime que le coût de production de  $x$  objets est donné par :

$$C(x) = x^2 + 60x + 121 \text{ où } x \text{ est compris entre 1 et 30.}$$

#### Partie A

On appelle coût marginal, noté  $C_m$ , le coût de fabrication d'un objet supplémentaire. Ainsi  $C_m(x) = C(x+1) - C(x)$

- Déterminer  $C_m(10)$  et  $C_m(20)$ .
- Déterminer  $C'(x)$  puis  $C'(10)$  et  $C'(20)$ . Que constate-t-on ?

Pour la suite, on prendra  $C_m(x) = C'(x)$ .

#### Partie B

Le coût moyen de production d'un objet est donné par :

$$C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$$

- Montrer que  $C_M(x) = x + 60 + \frac{121}{x}$ .
- Montrer que  $C'_M(x) = \frac{(x-11)(x+11)}{x^2}$ .
- Étudier le signe de  $C'_M(x)$  et dresser le tableau de variation de  $C_M$  sur l'intervalle  $[1; 30]$ .
- Déterminer le nombre d'objets en bois à produire pour que le coût moyen de production soit minimum. Donner ce coût moyen minimum.
  - Déterminer le coût marginal pour ce même nombre d'objets.
  - Que constate-t-on ?
- Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous. *On arrondira à  $10^{-1}$  les valeurs.*

$x$	1	2	4	8	11	15	20	25	30
$f(x)$						83,1		89,8	

- Construire la courbe représentative de  $C_M$  dans le repère orthogonal de la figure 4.10 page suivante.

#### Partie C

L'artisan vend chaque objet 110€.

- Montrer que le bénéfice réalisé après la fabrication et la vente de  $x$  objets est donné par :

$$B(x) = -x^2 + 50x - 121 \text{ où } x \text{ est pris dans } [1; 30].$$

- Calculer  $B'(x)$  et étudier son signe.
- Dresser le tableau de variations de la fonction  $B$ .
- En déduire le nombre d'objets à fabriquer et à vendre pour réaliser un bénéfice maximal. Donner ce bénéfice maximal.

FIGURE 4.10 – Courbe représentative de  $C_M$

