

Devoir surveillé n°4

Polynômes de degré 2

EXERCICE 4.1 (8 points).

Les questions sont indépendantes.

On donne les fonctions trinômes suivantes, toutes définies sur \mathbb{R} :

- $A(x) = x^2 + x - 1$
- $B(x) = 2x^2 - x + 1$
- $C(x) = -2x^2 - 4x + 1$
- $D(x) = 4x^2 - 4x + 1$

1. Résoudre l'équation $A(x) = 0$.
2. Déterminer le signe de $B(x)$ selon les valeurs de x .
3. Déterminer le signe de $C'(x)$, dresser le tableau des variations de C et en déduire l'extremum de C .
4. Donner la forme factorisée de $D(x)$, si elle existe.

EXERCICE 4.2 (12 points).

Une petite entreprise produit chaque mois entre 0 et 15 kilogrammes de crevettes décortiquées.

Pour x kg produits, on note $C(x)$ le coût de production, $R(x)$ la recette de la vente et $B(x)$ le bénéfice réalisé, tous les trois en euros.

La courbe de la figure 4.1 page suivante propose les courbes représentatives du coût (C) et de la recette (R).

Partie A : Lectures graphiques.

À l'aide de ces courbes et avec la précision permise par le graphique, répondre aux questions suivantes.

1. Quels sont les coûts fixes? *On n'attend pas de justification.*
2. L'entreprise réalise-t-elle un bénéfice lorsque qu'elle produit et vend 1 kg de crevettes? *Justifier brièvement.*
3. Pour quelle(s) production(s) le coût de production est-il égal à la recette? *On n'attend pas de justification.*
4. Pour quelle(s) production(s) le bénéfice réalisé est-il positif? *Justifier brièvement.*

Partie B : Calculs

Pour x exprimé en kg et compris entre 0 et 15, le coût de la vente et la recette sont modélisé-e-s par les fonctions C et R , exprimées en euro, et telles que :

$$C(x) = 5x^2 + 40x + 100 \text{ et } R(x) = 100x.$$

1. Montrer que le bénéfice de la vente, exprimé en euros, B est tel que : $B(x) = -5x^2 + 60x - 100$ pour $0 \leq x \leq 15$.
2. En déduire les racines de $B(x)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Déterminer le signe de $B(x)$ selon les valeurs de x , pour $0 \leq x \leq 15$, et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Déterminer le tableau des variations de B et en déduire le bénéfice maximum de l'entreprise et la production pour laquelle il est atteint.

FIGURE 4.1: Figure de l'exercice 4.2

