

## Devoir surveillé n°8

### Dérivation – Probabilités

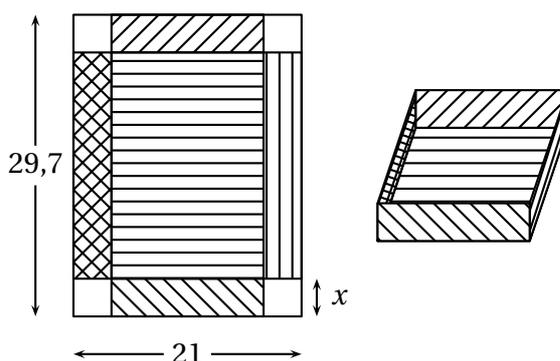
Le barème n'est qu'indicatif. Le devoir est noté sur 15. Une anti-sèche légale est autorisée<sup>1</sup>. La calculatrice est autorisée mais pas le prêt de calculatrice entre élèves.

#### EXERCICE 8.1 (5,5 points).

On dispose d'une feuille de dimensions 21 cm × 29,7 cm avec laquelle on veut fabriquer une boîte sans couvercle. Pour cela on découpe aux quatre coins de la feuille un carré de côté  $x$ . On obtient le patron de la boîte. On se propose d'étudier le volume de la boîte en fonction de  $x$ .

Au besoin, on arrondira le(s) résultat(s) au millimètre.

1. Quelles sont les valeurs possibles pour  $x$ ? On n'attend pas de justification.
2. On appelle  $V(x)$  le volume de la boîte.
  - (a) Montrer que  $V(x) = x(29,7 - 2x)(21 - 2x)$ .
  - (b) Étudier les variations de  $V$ . On n'hésitera pas à développer  $V(x)$ .
  - (c) En déduire la (ou les) valeur(s) de  $x$  pour laquelle (lesquelles) le volume de la boîte est maximum.



Dans les deux exercices suivants, on note :

- $\bar{A}$  l'évènement contraire de  $A$ ;
- $p(A)$  la probabilité d'un évènement  $A$ ;
- $p_A(B)$  la probabilité de l'évènement  $B$  sachant que  $A$  est réalisé, avec  $p(A) \neq 0$ .

#### EXERCICE 8.2 (4,5 points).

Dans cet exercice, les résultats approchés sont à arrondir au millième. Les formules sont attendues.

À partir d'une étude statistique dans une chaîne de restaurants, on a modélisé le comportement des clients par :

- 60 % des clients sont des hommes (et les autres des femmes) ;
- 80 % des hommes mangent un dessert alors que seulement 45 % des femmes en mangent un.

1. Feuille A5, manuscrite, recto.

On interroge au hasard un client de cette chaîne. On note :

- $H$  l'évènement « le client interrogé est un homme »;
  - $D$  l'évènement « le client interrogé a mangé un dessert ».
1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
  2. Calculer la probabilité que le client interrogé soit un homme et ait mangé un dessert.
  3. Montrer que  $p(D) = 0,66$ .
  4. Le client interrogé affirme avoir pris un dessert. Quelle est la probabilité que ce soit une femme?

---

**EXERCICE 8.3** (5 points).

Dans cet exercice, les résultats approchés sont à arrondir au millième. Les formules ne sont pas attendues.

Pierre pratique la course à pied plusieurs fois par semaine. Il a trois parcours différents, notés  $A$ ,  $B$  et  $C$  et deux types de séance d'entraînement : endurance et vitesse. chaque fois que Pierre va courir, il choisit un parcours, puis un type d'entraînement.

Pierre va courir aujourd'hui. On considère les évènements suivants :

- $A$  : « Pierre choisit le parcours  $A$  »;
- $B$  : « Pierre choisit le parcours  $B$  »;
- $C$  : « Pierre choisit le parcours  $C$  »;
- $E$  : « Pierre fait une séance d'endurance »;
- $V$  : « Pierre fait une séance de vitesse ».

On sait que :

- Pierre choisit le parcours  $A$  dans 30 % des cas et le parcours  $B$  dans 20 % des cas;
  - si Pierre choisit le parcours  $A$ , alors il fait une séance d'endurance dans 40 % des cas;
  - si Pierre choisit le parcours  $B$ , alors il fait une séance d'endurance dans 80 % des cas.
1. Faire un arbre de probabilité décrivant la situation ci-dessous.
  2. (a) Donner la valeur de  $p_A(E)$ .  
(b) Calculer  $p_B(V)$ .
  3. Déterminer la probabilité que Pierre choisisse le parcours  $C$ .
  4. Déterminer la probabilité que Pierre choisisse le parcours  $A$  et une séance de vitesse.
  5. On sait que Pierre choisit une séance d'endurance dans 70 % des cas. Montrer que la probabilité que Pierre choisisse une séance d'endurance et le parcours  $C$  est de 0,42.
  6. On sait que Pierre a choisi le parcours  $C$ . Quelle est la probabilité qu'il fasse une séance d'endurance?
-