

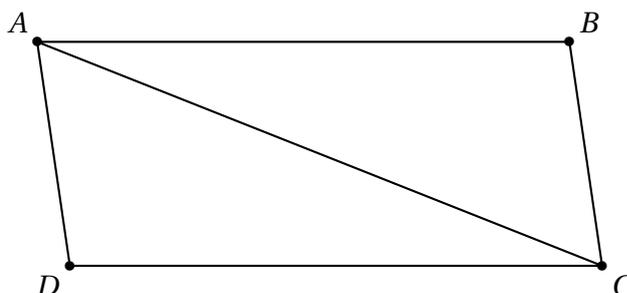
Devoir surveillé n°6

Produit scalaire

Le devoir est noté sur 15 points. Le barème n'est qu'indicatif. Anti-sèche légale¹ autorisée. Calculatrice autorisée. Prêt de calculatrice entre élève interdit.

EXERCICE 6.1 (4 points).

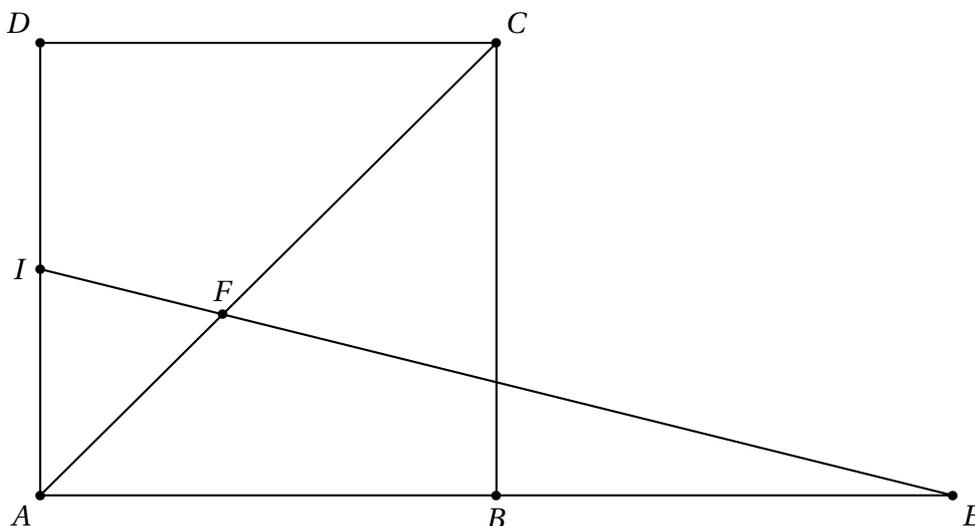
$ABCD$ est un parallélogramme dont on connaît les longueurs des côtés $AD = 3$, $AB = 7$ ainsi que celle de la diagonale $AC = 8$.



1. Montrer que $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DA} = -3$.
2. En déduire, à l'aide de la relation de Chasles, \overrightarrow{BD}^2 puis la valeur exacte de BD .

EXERCICE 6.2 (5 points).

$ABCD$ est un carré de côté 6. E est le symétrique de A par rapport à B et I est le milieu de $[AD]$. On appelle F le point d'intersection des droites (IE) et (AC) .



1. Montrer que $IE = \sqrt{153}$.
On admettra pour la suite que $AC = \sqrt{72}$.
2. En décomposant les vecteurs, à l'aide de la relation de CHASLES, selon des directions bien choisies, montrer que $\overrightarrow{IE} \cdot \overrightarrow{AC} = 54$.
3. En utilisant une autre définition du produit scalaire, déterminer une valeur exacte de $\cos(\widehat{CFE})$ puis une valeur approchée de \widehat{CFE} en degré, arrondie au dixième.

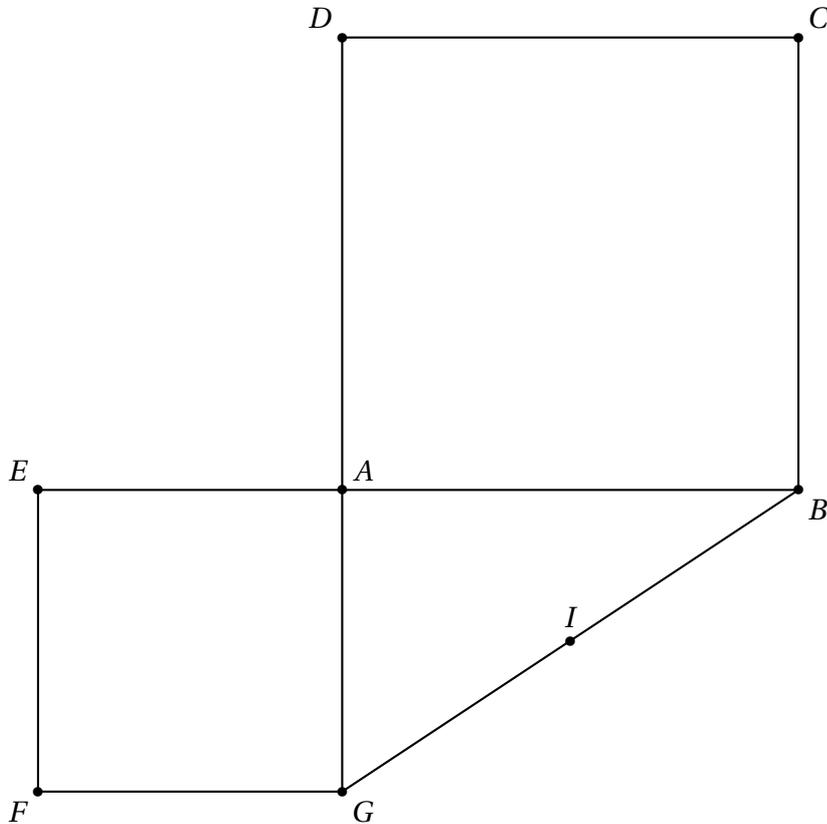
1. Feuille A5, recto, manuscrite.

EXERCICE 6.3 (6 points).

$ABCD$ est un carré de côté a et $AEFG$ un carré de côté b , tels que $A \in [EB]$, d'une part, et $A \in [DG]$, d'autre part.

I est le milieu de $[BG]$.

Un exemple de configuration est donné ci-dessous avec deux valeurs a et b arbitraires.



1. Montrer que $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AG} + \frac{1}{2}\vec{AB}$.
2. À l'aide de la question précédente, de la relation de CHASLES et du produit scalaire, montrer que la droite (AI) est la hauteur issue de A dans le triangle AED .
3. Imaginons que la diagonale d'un rectangle soit inaccessible, comme dans la figure 6.1 page ci-contre, à cause de la présence d'un étang et que l'on ne dispose que d'une corde qu'on peut utiliser comme un compas ou comme une règle (non graduée).
 - (a) Décrire une manière de construire, avec cet instrument, la perpendiculaire à la droite (TV) passant par U en s'inspirant de ce qui a été démontré dans les questions précédentes.
 - (b) Mettre en œuvre cette construction sur la figure fournie (en n'utilisant, donc, qu'une règle non graduée et un compas).

FIGURE 6.1: Figure de l'exercice 6.3

