

Un corrigé du devoir surveillé n°2

EXERCICE 2.1 (5 points). 1. Montrer que 1 103 est un nombre premier en détaillant sa démarche.

Si 1 103 admet d'autres diviseurs que 1 et lui-même, l'un au moins est inférieur à $\sqrt{1\,103} \approx 33,2$ et est premier.

Or, d'après la calculatrice, 1 103 n'est pas divisible par 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31.

1 103 n'admet donc comme diviseur que 1 et lui-même : c'est un nombre premier.

2. Justifier que 713 n'est pas un nombre premier.

713 est divisible par plus de 3 nombres entiers : 1, 713, 23.

Ce n'est donc pas un nombre premier.

EXERCICE 2.2 (10 points).

Sur la figure 2.1 page suivante, le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Les points E, F, G et H sont tels que :

- $\vec{AE} = 2\vec{AB} - \vec{BC}$;
- $\vec{BF} = 2\vec{BC} - \vec{AB}$;
- $\vec{DG} = \vec{AC} + \vec{DB} - \vec{AD}$;
- $\vec{BH} = \vec{AC} + \vec{AD}$;

1. Construire sur la figure 2.1 page suivante les points E, F, G et H .

Voir la figure.

2. (a) Que peut-on conjecturer pour les points A, C et H ?

C semble être le milieu du segment $[AH]$.

(b) Montrer que $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$.

$$\begin{aligned}\vec{AC} &= \vec{AB} + \vec{BC} \\ &= \vec{AB} + \vec{AD} \text{ car } ABCD \text{ parallélogramme.}\end{aligned}$$

(c) Montrer que $\vec{AH} = 2\vec{AB} + 2\vec{AD}$.

$$\begin{aligned}\vec{AH} &= \vec{AB} + \vec{BH} \\ &= \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} \\ &= \vec{AB} + \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AD} \text{ (obtenu dans la question précédente)} \\ &= 2\vec{AB} + 2\vec{AD}\end{aligned}$$

(d) Que peut-on conclure des deux questions précédentes?

Comme $\vec{AH} = 2\vec{AC}$ alors C est bien le milieu du segment $[AH]$

3. (a) Que peut-on conjecturer pour le quadrilatère $DEGF$?

Le quadrilatère $DEGF$ semble être un parallélogramme.

(b) Exprimer \vec{DE} en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AD} .

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{DE} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} \\
&= -\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} \\
&= -\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} \text{ car } ABCD \text{ parallélogramme.} \\
&= 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD}
\end{aligned}$$

(c) Exprimer \overrightarrow{FG} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} .

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{FG} &= \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DG} \\
&= -\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DG} \\
&= -(2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{AD} \\
&= -2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AD} \\
&= -2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AD} \text{ car } ABCD \text{ parallélogramme.} \\
&= 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD}
\end{aligned}$$

(d) Que peut-on conclure des deux questions précédentes?

Comme $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{FG}$ alors le quadrilatère $DEGF$ est bien un parallélogramme.

FIGURE 2.1: Figure de l'exercice 2.2

