Un corrigé du devoir surveillé n°1

Partie A : Calculatrice non autorisée.

1. Donner tous les nombres premiers inférieurs à 20 (*sans justifier*).

Les nombres premiers inférieurs à 20 sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

2. Pour chacun des nombres de la première ligne indiquer (*en cochant la case*) s'il est divisible par le nombre de la première colonne.

	27	31	390	600	945
2			✓	✓	
3	✓		✓	✓	✓
5			✓	✓	✓
6			✓	✓	
9	✓				✓
30			✓	✓	

3. Effectuer les opérations suivantes (*on détaillera les calculs et on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductibl*e).

- $A=\dfrac{10}{22}+\dfrac{9}{33}=\dfrac{2\times5}{2\times11}+\dfrac{3\times3}{3\times11}=\dfrac{5}{11}+\dfrac{3}{11}=\dfrac{5+3}{11}=\dfrac{8}{11}=\dfrac{2\times2\times2}{11}$ qui est donc réduite.
  $A=\dfrac{8}{11}$.
- $B=\dfrac{6}{35}-\dfrac{1}{10}=\dfrac{2\times3}{5\times7}-\dfrac{1}{2\times5}=\dfrac{2\times3\times2}{5\times7\times2}-\dfrac{1\times7}{2\times5\times7}=\dfrac{12-7}{5\times7\times2}=\dfrac{5}{5\times7\times2}=\dfrac{1}{2\times7}$ qui est donc réduite.
  $B=\dfrac{1}{14}$.
- $C=\dfrac{26}{35}\times\dfrac{21}{39}=\dfrac{26\times21}{35\times39}=\dfrac{2\times13\times3\times7}{7\times5\times3\times13}=\dfrac{2}{5}$ qui est donc réduite.
  $C=\dfrac{2}{5}$.
- $D=\dfrac{\frac{5}{14}}{\frac{15}{21}}=\dfrac{5}{14}\times\dfrac{21}{15}=\dfrac{5\times21}{14\times15}$ qui est donc réduite.
  $D=\dfrac{1}{2}$.
- $E=\dfrac{\frac{2}{3}\times4+\frac{6}{5}}{29}=\left(\dfrac{2\times4}{3}+\dfrac{6}{5}\right)\times\dfrac{1}{29}=\left(\dfrac{2\times4\times5}{3\times5}+\dfrac{6\times3}{5\times3}\right)\times\dfrac{1}{29}=\left(\dfrac{40+18}{3\times5}\right)\times\dfrac{1}{29}$
  $E=\dfrac{58}{3\times5}\times\dfrac{1}{29}=\dfrac{58\times1}{3\times5\times29}=\dfrac{2\times29}{3\times5\times29}=\dfrac{2}{3\times5}$ qui est donc réduite.
  $E=\dfrac{2}{15}$.

4. Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers et b est le plus petit entier possible.

- $A=\sqrt{72}=\sqrt{2\times2\times2\times3\times3}=\sqrt{2^2\times2\times3^2}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3^2}=2\times\sqrt{2}\times3$
  $A=2\times3\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$.

- $B=\sqrt{35}\sqrt{15}=\sqrt{5\times7}\times\sqrt{3\times5}=\sqrt{5}\times\sqrt{7}\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\left(\sqrt{5}\right)^2\times\sqrt{7}\times\sqrt{3}$
  $B=5\times\sqrt{7\times3}=5\sqrt{21}$.

- $C=3\sqrt{150}-\sqrt{54}+\sqrt{600}$
  $C=3\times\sqrt{2\times5\times3\times5}-\sqrt{2\times3\times3\times3}+\sqrt{2\times3\times2\times5\times2\times5}$
  $C=3\times\sqrt{2\times3\times5^2}-\sqrt{2\times3\times3^2}+\sqrt{2^2\times3\times2\times5^2}$
  $C=3\times5\times\sqrt{2\times3}-3\times\sqrt{2\times3}+5\times2\times\sqrt{3\times2}$
  $C=15\times\sqrt{6}-3\times\sqrt{6}+10\times\sqrt{6}$
  $C=(15-3+10)\times\sqrt{6}=22\sqrt{6}$.

Partie B : Calculatrice autorisée

1. Pour chacune des fractions suivantes, décomposer le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers puis donner sa forme réduite.

On va d'abord décomposer les trois nombres qui reviennent dans chaque fraction :

630	2	660	2	585	3
315	3	330	2	195	3
105	3	165	3	65	5
35	5	55	5	13	13
7	7	11	11	1	
1		1			

Donc :

- $630=2\times3\times3\times5\times7$;
- $660=2\times2\times3\times5\times11$;
- $585=3\times3\times5\times13$.

- $A=\dfrac{630}{660}=\dfrac{2\times3\times3\times5\times7}{2\times2\times3\times5\times11}=\dfrac{3\times7}{2\times11}$ qui est réduite, donc $A=\dfrac{21}{22}$.

- $B=\dfrac{660}{585}=\dfrac{2\times2\times3\times5\times11}{3\times3\times5\times13}$
  $B=\dfrac{2\times2\times11}{3\times13}$ qui est réduite donc $B=\dfrac{44}{39}$.

- $C=\dfrac{585}{630}=\dfrac{3\times3\times5\times13}{2\times3\times3\times5\times7}$
  $C=\dfrac{13}{2\times7}$ qui est réduite donc $C=\dfrac{13}{14}$.

2. Déterminer, en justifiant, si les nombres suivants sont des nombres premiers.

- $A=1573$.
  On sait que si A admet d'autres diviseurs que 1 et lui-même, alors l'un d'eux au moins sera inférieur ou égal à $\sqrt{1573}\approx39,7$. On teste la divisibilité de 1573 par tous les nombres premiers inférieurs à 39.
  On s'aperçoit que 1573 est divisible par 11 : $1573=11\times143$. Il suffit alors, sur sa copie, d'indiquer qu'il a plus de 3 diviseurs :
  « 1573 a plus de 3 diviseurs : 1, 1573 et 11 (et peut-être d'autres encore). Donc il n'est pas premier. ».

- $B=1021$.
  On sait que si B admet d'autres diviseurs que 1 et lui-même, alors l'un d'eux au moins sera inférieur ou égal à $\sqrt{1021}\approx31,9$. On teste la divisibilité de 1021 par tous les nombres premiers inférieurs à 31.
  On s'aperçoit qu'aucun d'eux ne divise 1021 qui n'a donc aucun autre diviseur que 1 et lui-même. On écrit alors sur sa copie le raisonnement et les nombres premiers testés : « 1021 n'a aucun diviseur premier inférieur à $\sqrt{1021}\approx31,9$. Il n'est en effet pas divisible par 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31. Il n'a donc d'autres diviseurs que 1 et 1021. C'est donc un nombre premier. ».