

Devoir maison n°2

Droite, parabole et paramètre

À rendre pour le vendredi 21 octobre.

Ce devoir doit être fait à 3 (une seule copie par groupe d'élèves); chaque élève doit rédiger une partie.

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soit $\mathcal{P}$ la parabole d'équation $y = -x^2 + 8x - 13$, A le point de coordonnées $(0; -4)$ et B le point de coordonnées $(1; m)$ où m est un réel quelconque.

Partie A : Étude de la parabole.

- Déterminer les coordonnées du sommet S de la parabole $\mathcal{P}$.
- Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $\mathcal{P}$ avec l'axe des ordonnées qu'on nommera C .
- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{P}$ avec l'axe des abscisses qu'on nommera E et F . On attend les valeurs exactes.
- Sur la figure fournie page suivante, tracer $\mathcal{P}$, placer S, C, E et F .

Partie B : Étude de cas particuliers.

- On pose $m = 1$.
 - Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) qu'on nommera $\mathcal{D}_1$.
 - Déterminer si la droite $\mathcal{D}_1$ et la parabole $\mathcal{P}$ ont des points d'intersection et, si oui, déterminer leurs coordonnées.
 - Tracer $\mathcal{D}_1$ sur la figure, nommer et placer les éventuels points trouvés à la question précédente.
- On pose $m = -6$.
 - Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) qu'on nommera $\mathcal{D}_2$.
 - Déterminer si la droite $\mathcal{D}_2$ et la parabole $\mathcal{P}$ ont des points d'intersection et, si oui, déterminer leurs coordonnées.
 - Tracer $\mathcal{D}_2$ sur la figure, nommer et placer les éventuels points trouvés à la question précédente.

Partie C : Cas général.

On cherche, dans cette partie, selon les valeurs de m , le nombre d'intersections entre la droite (AB) et la parabole $\mathcal{P}$.

- Montrer que l'équation réduite de la droite (AB) est $y = (m + 4)x - 4$.
- Montrer que $M(x; y) \in (AB) \cap \mathcal{P} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x^2 + 8x - 13 \\ x^2 + (m - 4)x + 9 = 0 \end{cases}$
- Justifier que le nombre de solutions de ce système dépend du signe de $m^2 - 8m - 20$.
- Étudier le signe de $m^2 - 8m - 20$ selon les valeurs de m .
- En déduire le nombre d'intersections entre la droite (AB) et la parabole $\mathcal{P}$ selon les valeurs de m .
- Il existe deux valeurs de m pour lesquelles (AB) et $\mathcal{P}$ ont un unique point d'intersection.
 - Déterminer dans chacun des deux cas les coordonnées de ce point d'intersection.
 - On peut placer un de ces deux points, qu'on nommera G , sur la figure fournie. Le faire et tracer la droite (AB) correspondante, qu'on nommera $\mathcal{D}_3$.

FIGURE 2.1: Figure du devoir maison n°2

