Devoir surveillé n°1

Second degré

On indiquera les formules les premières fois où elles sont utilisées, mais pas forcément les fois suivantes. La calculatrice est autorisée.

Le barème n'est qu'indicatif. Le devoir est noté sur 30.

EXERCICE 1.1 (Question de cours – 3 points – environ 10 min).

Soit $ax^2 + bx + c$ un trinôme (donc avec $a \neq 0$).

Montrer que si a et c sont de signe contraire (donc $c \neq 0$) alors le trinôme a forcément deux racines distinctes.

EXERCICE 1.2 (6 points – environ 20 min).

Résoudre les équations suivantes :

1.
$$x^2 + x + 1 = 0$$

3.
$$x^2 = 2x - 1$$

2.
$$2x^2 + x = 1$$

4.
$$4x^2 - 3x + 1 = 0$$

EXERCICE 1.3 (5 points – Environ 25 min).

Sans justification, compléter le tableau suivant avec les formes manquantes, si elles existent :

Forme	Développée	Canonique	Factorisée
A(x)			$2(x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right)$
B(x)		$2(x-1)^2-4$	
C(x)	$3x^2 - 3x - 6$		
D(x)	$4x^2 + 16x + 16$		
E(x)		$(x+1)^2+2$	

EXERCICE 1.4 (7 points – environ 30 min).

Soit $f: x \mapsto 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4$ définie pour tout réel x.

- 1. Montrer que 1 est une racine de f.
- 2. Déterminer trois réels a, b et c tels que $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$ pour tout réel x.
- 3. En déduire le signe de f(x) selon les valeurs de x.

EXERCICE 1.5 (9 points – environ 30 min).

Les paraboles \mathcal{P}_1 , \mathcal{P}_2 et \mathcal{P}_3 de la figure ci-dessous sont les représentations graphiques respectives des fonctions trinômes f_1 , f_2 et f_3 . On a placé quelques points à coordonnées entières situés sur les courbes.

Déterminer une expression de chacune de ces fonctions en expliquant brièvement la méthode.

