

## Devoir surveillé n°9

### Suites arithmétiques et géométriques

---

**EXERCICE 9.1** (8 points).

*On arrondira ses résultats au centime d'euro en cas de besoin.*

La location mensuelle d'une maison se monte à 600 €. Le locataire s'engage à louer durant 3 années complètes (36 mois). Le propriétaire lui propose deux contrats :

**Contrat A :** Le locataire accepte chaque mois une augmentation de 3 % du loyer du mois précédent;

**Contrat B :** Le locataire accepte chaque mois une augmentation forfaitaire de 27,5 €.

#### 1. Étude du contrat A

On appelle  $A_n$  le montant du loyer du  $n$ -ième mois avec le contrat A. On a donc  $A_1 = 600$ .

- Justifier de  $(A_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison  $q$ .
- Donner l'expression de  $A_n$  en fonction de  $n$  et calculer le loyer du 36<sup>e</sup> mois.
- Calculer la somme payée, au total, au bout de 36 mois de location.

#### 2. Étude du contrat B

On appelle  $B_n$  le montant du loyer du  $n$ -ième mois avec le contrat B. On a donc  $B_1 = 600$ .

- Indiquer la nature de la suite  $(B_n)$ .
- Donner l'expression de  $B_n$  en fonction de  $n$  et calculer le loyer su 36<sup>e</sup> mois.
- Calculer la somme payée, au total, au bout de 36 mois de location.

#### 3. Choix entre les deux contrats

À l'aide des questions précédentes, déterminer quel est le contrat le plus avantageux pour le locataire pour ces 36 mois.

---

**EXERCICE 9.2** (7 points).

Un centre aéré, ouvert tous les mercredis après-midi à partir du 1<sup>er</sup> septembre, propose aux enfants de s'inscrire chaque semaine à une activité. L'une de ces activités est la natation.

Une étude effectuée sur l'année scolaire 2019-2020 montre que d'une semaine à l'autre 5 % des enfants ne se réinscrivent pas à la natation, alors que, dans le même temps, 10 nouveaux enfants s'y inscrivent.

Le directeur se base sur les résultats de l'année scolaire 2019-2020 pour prévoir l'évolution des inscriptions pour l'année scolaire 2022-2023.

La première semaine de l'année scolaire 2022-2023, le directeur a déjà le nombre d'inscrit-e-s à la natation : ils sont 80 enfants.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le nombre d'enfants inscrits à la natation au bout de  $n$  semaines. On a ainsi  $u_0 = 80$ .

1. (a) Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .  
(b) La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique? Est-elle géométrique? *On justifiera.*
2. Justifier (par une phrase brève) que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,95u_n + 10$ .
3. On considère la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par :  $v_n = u_n - 200$ .
  - (a) Démontrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
  - (b) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .  
En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 200 - 120 \times 0,95^n$ .
  - (c) Étudier la monotonie de la suite  $(u_n)$ .
  - (d) Après combien de semaines, le contexte restant le même, le nombre d'enfants inscrits à la piscine dépassera-t-il 150? *On justifiera.*