

## Devoir surveillé n°8

### Équations cartésiennes

---

**EXERCICE 8.1** (15 points).

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

Soit  $A(1; 3)$ ,  $B(2; -1)$  et  $C(9; 5)$  trois points du plan et  $A'$  milieu du segment  $[BC]$ .

1. Soit  $\mathcal{D}$  la droite dont une équation cartésienne est  $14x + 12y = 101$ .  
Montrer que  $\mathcal{D}$  est la médiatrice du segment  $[BC]$ .
  2. (a) Déterminer une équation de  $\Delta$ , hauteur issue de  $A$  dans le triangle  $ABC$ .  
(b) Justifier qu'on a bien  $\mathcal{D} \parallel \Delta$ .
  3. Déterminer une équation de la médiane  $(AA')$  du triangle  $ABC$ .
  4. (a) Montrer que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ .  
(b) En déduire ce que sont  $A'$  et  $[BC]$  pour le cercle  $\mathcal{C}$  circonscrit au triangle  $ABC$ .  
(c) En déduire une équation de  $\mathcal{C}$ .  
(d) Montrer que  $\mathcal{C}$  admet comme équation  $x^2 - 11x + y^2 - 4y + 13 = 0$ .
  5. Soit  $E(1; 1)$ .  
(a) Montrer que  $E \in \mathcal{C}$ .  
(b) Déterminer une équation de  $\mathcal{D}'$ , tangente à  $\mathcal{C}$  au point  $E$ .
  6. Déterminer une équation du cercle  $\mathcal{C}'$  de centre  $A$  et tangent à la médiatrice  $\mathcal{D}$ .
- 

**EXERCICE 8.2** (5 points).

Le plan est muni d'un repère orthonormé. On note  $\mathcal{E}$ ,  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{G}$  les ensembles de points de coordonnées  $(x; y)$  vérifiant les équations suivantes :

- $\mathcal{E} : x^2 + 4x + y^2 - 6y + 13 = 0$
- $\mathcal{F} : x^2 - 4x + y^2 + 2y + 6 = 0$
- $\mathcal{G} : x^2 - 2x + y^2 + 4y = 0$

Déterminer ce que sont chacun de ces ensembles de points.

---