

Devoir surveillé n°5

Suites - Logarithme

EXERCICE 5.1 (11 points).

Un étudiant loue une chambre pour 3 ans. On lui propose deux types de bail (contrat de location) :

Premier contrat : Le premier loyer est de 300 € puis il augmente de 8 € par mois jusqu'à la fin du bail ;

Second contrat : Le premier loyer est de 300 € puis il augmente de 2 % par mois jusqu'à la fin du bail.

Pour n variant de 1 à 36, on appelle :

- u_n le loyer mensuel du n -ième mois obtenu avec le premier contrat ;
- v_n le loyer mensuel du n -ième mois obtenu avec le second contrat.

On a donc $u_1 = v_1 = 300$.

1. Étude du premier contrat.

- (a) Calculer u_2 et u_3 .
- (b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
- (c) Calculer u_{36} , le loyer du dernier mois.
- (d) Calculer la somme des loyers versés durant la durée des 36 mois avec le premier contrat.

2. Étude du second contrat.

- (a) Calculer v_2 et v_3 .
- (b) Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
En déduire l'expression de v_n en fonction de n .
- (c) Calculer v_{36} , le loyer du dernier mois.
- (d) Calculer la somme des loyers versés durant la durée des 36 mois avec le second contrat.

3. Quel est le contrat le plus avantageux pour l'étudiant ?

EXERCICE 5.2 (9 points).

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM) ; pour chacune des cinq questions, une et une seule affirmation est exacte.

Cocher l'affirmation exacte pour chaque question et la justifier, sachant qu'une affirmation exacte rapporte 0,5 point et que la justification rapporte 1 point.

1. La valeur exacte de $\ln(10e^2)$ est :

- ☐ $2\ln(10) + 2$
☐ $4,302585093$
☐ $\ln(10) + 2$
☐ $2\ln(10e)$

Justification :

.....

.....

.....

.....

.....

2. L'équation $x^2(1 + \ln(x)) = 0$ a pour solution :

- ☐ 0 ☐ 0,3678794413 ☐ $-e$ ☐ $\frac{1}{e}$

Justification :

3. L'équation $\ln(5) + \ln(x+1) = 1$ a pour solution :

- ☐ $x = e - 6$ ☐ $x = -1$ ☐ $x = \frac{1}{5}e - 1$ ☐ $x = -0,5$

Justification :

4. Soit j la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $j(x) = 1 - \ln(x)$.

L'équation $j(x) \geq 0$ a pour solution :

- ☐ $[e; 0[$ ☐ $[e; +\infty[$ ☐ $]0; 1]$ ☐ $] -\infty; e]$

Justification :

5. L'ensemble des solutions de l'inéquation $\ln(x) + \ln(2) \geq \ln(3x - 6)$ est :

- ☐ $]2; 6]$ ☐ $[6; +\infty[$ ☐ $]0; 6]$ ☐ $]0; 4]$

Justification :

6. Le plus petit entier naturel n solution de l'inéquation $2^n > 175$ est :

- ☐ $n = \ln\left(\frac{175}{2}\right)$ ☐ $n = 7$ ☐ $n = 8$ ☐ $n = \ln(175) - \ln(2)$

Justification :

