

Chapitre 8

Évolutions

Sommaire

8.1 Activité d'introduction	71
8.2 Bilan et compléments	72
8.2.1 Évolutions successives	72
8.2.2 Évolutions réciproques	72
8.3 Exercices	73

8.1 Activité d'introduction

ACTIVITÉ 8.1.

Au 1^{er} janvier 2 000, trois villes ont une population de 25 000 habitants.

1. *Ville 1*

(a) La population de la première ville augmente de 6 % en 2 000, en 2 001 et en 2 002.
En déduire sa population au 1^{er} janvier 2 003.

(b) Par quel nombre la population a-t-elle été multipliée :

i. entre le 1^{er} janvier 2 000 et le 1^{er} janvier 2 001 ?

ii. entre le 1^{er} janvier 2 001 et le 1^{er} janvier 2 002 ?

iii. entre le 1^{er} janvier 2 002 et le 1^{er} janvier 2 003 ?

Ce nombre s'appelle le *coefficient multiplicateur* correspondant à une augmentation de 6 %.

(c) Par quel nombre la population a-t-elle été multipliée entre le 1^{er} janvier 2 000 et le 1^{er} janvier 2 003 ?

À quel pourcentage d'augmentation cela correspond-il ?

2. *Ville 2*

Le 31 décembre 2 000, la deuxième ville a une population de 26 400 habitants.

Calculer le coefficient multiplicateur correspondant et en déduire le pourcentage d'augmentation.

3. *Ville 3*

La population de la troisième ville diminue de 6 % durant l'année 2 000.

- (a) Calculer sa population à la fin 2 000, puis le coefficient multiplicateur correspondant.
- (b) Si la population augmente de 6 % l'année suivante, calculer sa population à la fin 2 001. En déduire le pourcentage global d'évolution sur les deux années de début 2 000 à fin 2 001.

8.2 Bilan et compléments

On veillera à faire la différence entre le taux d'évolution et l'évolution en pourcentage. Ainsi une quantité qui augmente de 10 % a un taux d'évolution de +10 et un pourcentage d'évolution de +10% = +0,10

Définition 8.1. Dire qu'une quantité Q évolue de t %, où t est un réel quelconque, signifie que Q est multiplié par $k = \left(1 + \frac{t}{100}\right)$ qui est appelé *coefficient multiplicateur* correspondant à une évolution de t %.

Remarques.

- Cette évolution est une augmentation si t est positif et une diminution si t est négatif.
- Lorsque le pourcentage est exprimé sous forme décimale, par exemple +0,10 pour une hausse de +10 %, la formule devient $k = 1 + t$.

Propriété 8.1. Le pourcentage d'évolution t d'une grandeur passant de la valeur initiale $V_I \neq 0$ à la valeur finale V_F est donné par : $t = \frac{V_F - V_I}{V_I}$.

Le coefficient multiplicateur k d'une grandeur passant de la valeur initiale $V_I \neq 0$ à la valeur finale V_F est donné par : $k = \frac{V_F}{V_I}$.
On a de plus $t = k - 1$.

Remarque. Le pourcentage t ainsi obtenu est sous forme décimale.

Preuve.

- $V_F = V_I \times (1 + t) \Leftrightarrow V_F = V_I + V_I \times t \Leftrightarrow V_F - V_I = V_I \times t \Leftrightarrow \frac{V_F - V_I}{V_I} = t \Leftrightarrow t = \frac{V_F - V_I}{V_I}$.
- On a vu que $V_F = V_I \times k$ donc $k = \frac{V_F}{V_I}$.
- Par définition $k = 1 + t \Leftrightarrow k - 1 = t \Leftrightarrow t = k - 1$.

◇

8.2.1 Évolutions successives

Définitions 8.2. Soit t et t' deux taux d'évolution.

Lorsqu'on applique à une quantité Q une évolution de t % pour obtenir une quantité Q' et qu'on applique à la quantité Q' une évolution de t' % pour obtenir une quantité Q'' , on dit que Q a subi deux évolutions *successives* de t % et de t' %.

Le taux d'évolution permettant de passer de Q à Q'' est appelé *taux d'évolution globale*.

8.2.2 Évolutions réciproques

Définition 8.3. Soit t et t' deux taux d'évolution successifs. Si le taux d'évolution globale est nul alors on dit que t et t' sont des *évolutions réciproques*.

8.3 Exercices

EXERCICE 8.1.

Les questions sont indépendantes.

- Calculer les coefficients multiplicateurs dans chacun des cas suivants :
 - hausse de 20 %;
 - hausse de 0,1 %;
 - hausse de 100 %;
 - hausse de 300 %;
 - baisse de 15 %;
 - baisse de 5,2 %;
 - baisse de 85 %;
 - baisse de 100 %.
- Donner les pourcentages de hausse ou de baisse associés aux coefficients multiplicateurs suivants :
 - 1,25;
 - 3;
 - 1,0049;
 - 0,5;
 - 0,98;
 - 1,001;
 - 1,0101;
 - 0,999;
 - 1,175;
 - 1,01;
 - 0,875;
 - 0,1.
- Donner le pourcentage d'évolution pour une grandeur qui passe :
 - de 12 540 à 13 620;
 - de 5,7 à 2,6;
 - 21 000 à 84 000.

EXERCICE 8.2.

Les questions sont indépendantes.

- En août un loyer était de 564 €. Un an plus tard il est de 589 €. Quelle est son évolution en pourcentage?
- Le chiffre d'affaire d'une entreprise en 2 004 était de 124 000 €. En 2 005, les prévisions donnent un chiffre d'affaire de 117 000 € seulement. Quelle est son évolution en pourcentage?
- Pour un même produit, le magasin A propose 20 % de produit en plus pour la même prix et le magasin B propose 20 % de remise sur le prix pour une même quantité.
Si 1 Kg de produit coûte 100 euros, quelle est la proposition la plus avantageuse pour le client?
- Après une augmentation de 15 %, un produit coûte 89,70 €. Quel était son prix initial?

EXERCICE 8.3.

Dire que la TVA est de 19,6 % revient à dire que le prix hors taxe (HT) a été augmenté de 19,6 % de TVA pour obtenir le prix toutes taxes comprises (TTC).

- Par quel nombre doit-on multiplier le prix HT pour obtenir le prix TTC?
- Un article vaut 120 € HT. Combien va-t-on le payer en magasin?
- Vous payez un article en magasin (donc TTC) à 200 €. À combien s'élève le prix HT et la TVA en €?
- Laquelle de ces deux propositions est la plus avantageuse :
 - Proposition 1 : Faire une remise de 10 % sur le prix HT, puis appliquer la TVA.
 - Proposition 2 : Appliquer la TVA, puis faire une remise de 10 % sur le prix TTC.

EXERCICE 8.4.

Les questions sont indépendantes.

1. Au moment des soldes, un magasin propose une baisse de 10 % sur un article, suivie d'une nouvelle baisse de 20 % sur ce même article. Quel est le taux d'évolution globale de cet article?
2. Le prix d'un article augmente de 22 % puis diminue de 15 %. Quel est le taux d'évolution globale de cet article?
3. Le prix d'un produit subit successivement une hausse de 12 %, une baisse de 5 %, une baisse de 8 % et une hausse de 2 %. Quel est le taux d'évolution globale du prix de ce produit?
4. Si le nombre de chômeurs dans une ville diminue de 2 % par mois pendant un an, quel sera le taux d'évolution globale du nombre de chômeurs sur l'année?
5. Un client veut acheter un véhicule qui coûtait 17 000 € le mois dernier mais qui, depuis, a augmenté de 4 %. Le vendeur consent une remise de 3,85 %. Le modèle coûte-t-il plus ou moins de 17 000 €?

EXERCICE 8.5.

Les questions sont indépendantes.

1. Après une augmentation de 5 % suivie d'une hausse de t %, on obtient une hausse globale de 17,6 %. Combien vaut t ?
2. À la bourse de Paris, l'action Renault :
 - a augmenté de 1,45 % entre le 10 juin 2 000 et le 11 juin 2 000 ;
 - a baissé de 0,5 % entre le 10 juin 2 000 et le 12 juin 2 000.Quelle a été son évolution entre le 11 juin 2 000 et le 12 juin 2 000 ?
3. Après deux augmentations successives de t % le prix d'un produit a globalement augmenté de 20 %. Combien vaut t ?
4. Après une augmentation de t % suivie d'une baisse de t %, on obtient une baisse globale de 4 %. Combien vaut t ?
5. Un article subit une augmentation de 10 %. Quel est le taux d'évolution réciproque ?

EXERCICE 8.6.

Les questions sont indépendantes.

1. Est-il pertinent de dire que 3 augmentations successives de 2 % sont approximativement équivalentes à une augmentation globale de 6 % ?
2. Est-il pertinent de dire qu'une hausse de 1 % suivie d'une baisse de 3 % suivie d'une hausse de 2 % sont approximativement équivalentes à une évolution globale de 0 % ?
3. Est-il pertinent de dire que 3 augmentations successives de 20 % sont approximativement équivalentes à une augmentation globale de 60 % ?