

Devoir surveillé n°6

Suites arithmétiques, géométriques – Polynômes de degré 3

EXERCICE 6.1 (3 points – Environ 10 min).

Les questions sont indépendantes.

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme $u_0 = -1$ et de raison $r = 3$. Calculer u_1, u_2 et u_3 .
.....
.....
.....
2. On considère la suite (v_n) géométrique de premier terme $v_0 = -1$ et de raison $q = -2$. Calculer v_1, v_2 et v_3 .
.....
.....
.....

EXERCICE 6.2 (6 points – Environ 20 min).

Les questions sont indépendantes. On justifiera chaque réponse.

1. (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 + 4$ est-elle arithmétique?
.....
.....
.....
.....
2. (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = 2n - 5$ est-elle arithmétique?
.....
.....
.....
.....
3. (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = -3n + 1$ est-elle géométrique?
.....
.....
.....
.....
4. (t_n) définie pour tout entier naturel n par $t_n = 5 \times 3^n$ est-elle géométrique?
.....
.....
.....
.....

EXERCICE 6.3 (7 points – Environ 30 min).

Afin d'acquérir et d'aménager une boutique du centre ville, un investisseur décide de contracter un emprunt de 100 000 euros. Dans le but d'obtenir les meilleures conditions pour ce prêt, il a contacté 2 banques, A et B.

Banque A – La première banque lui propose de rembourser ce prêt sur 7 ans, en 7 versements : le premier remboursement serait d'un montant de 15 000 euros et les remboursements suivants augmenteraient de 1 800 euros par rapport au remboursement précédent.

On note u_0 le premier remboursement et u_1, u_2, \dots les remboursements suivants.

1. Calculer u_1 et u_2 .
.....
.....
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison et son premier terme.
.....
.....
3. Exprimer u_n en fonction de n
.....
.....

Banque B – La seconde banque lui propose de rembourser ce prêt sur 7 ans, en 7 versements : le premier remboursement serait d'un montant de 20 000 euros et les remboursements suivants augmenteraient de 2 % par rapport au remboursement précédent.

On note v_0 le premier remboursement et v_1, v_2, \dots les remboursements suivants.

1. Calculer v_1 et v_2 .
.....
.....
2. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
.....
.....
3. Exprimer v_n en fonction de n
.....
.....

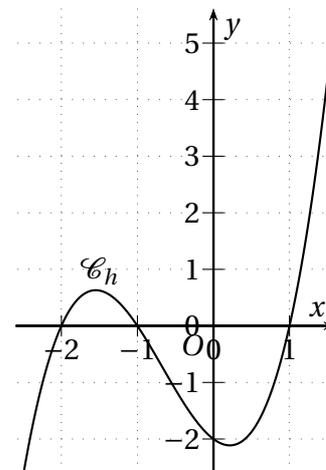
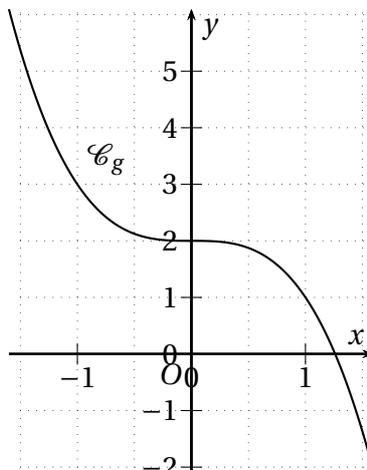
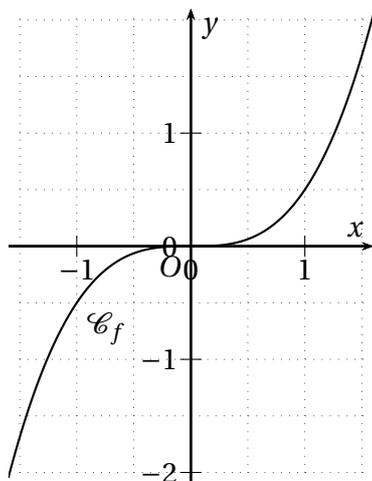
A ou B? 1. Sans justifier, déterminer la somme totale finalement remboursée si l'investisseur accepte la proposition de la banque A.
.....
.....

2. Sans justifier, déterminer la somme totale finalement remboursée si l'investisseur accepte la proposition de la banque B.
.....
.....

3. Quelle banque offre à notre emprunteur la solution la plus avantageuse?.
.....
.....

EXERCICE 6.4 (4,5 points – Environ 15 min).

On donne ci-dessous trois courbes de fonctions, f , g et h , polynômes de degré 3 :



1. Sachant que f est de la forme $f(x) = ax^3$, déterminer a en justifiant.

2. Sachant que g est de la forme $g(x) = ax^3 + b$, déterminer a et b en justifiant.

3. Sachant que h est de la forme $h(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$, déterminer a , x_1 , x_2 et x_3 en justifiant.

EXERCICE 6.5 (4,5 points – Environ 15 min).

La fonction f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4$.

1. Montrer que $x_1 = 1$, $x_2 = -1$ et $x_3 = -2$ sont des racines de f

2. Déterminer a tel que $f(x) = a(x - 1)(x + 2)(x + 1)$

3. Étudier le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x

