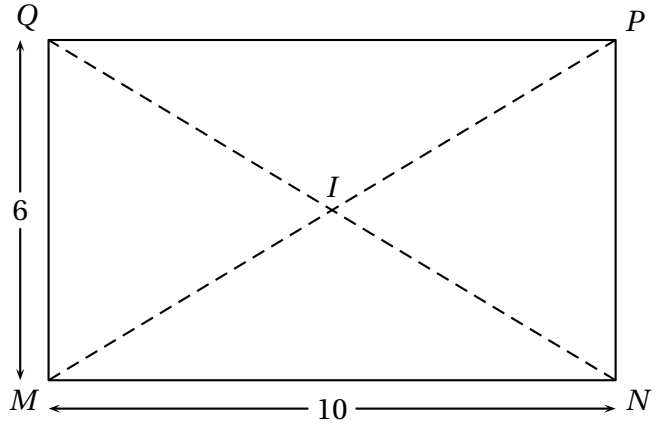
Devoir surveillé n°7

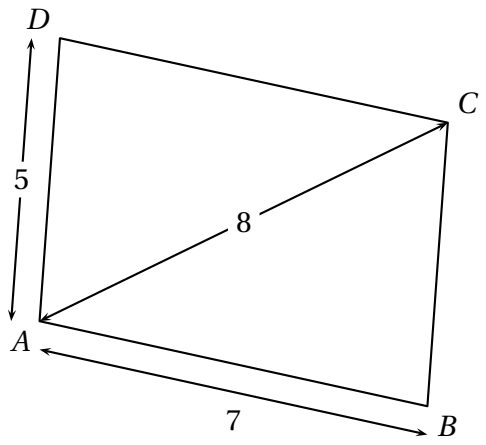
Produit scalaire

EXERCICE 7.1 (7 points)**.**
$MNPQ$ est un rectangle de centre I tel que $MN = 10$ et $NP = 6$.

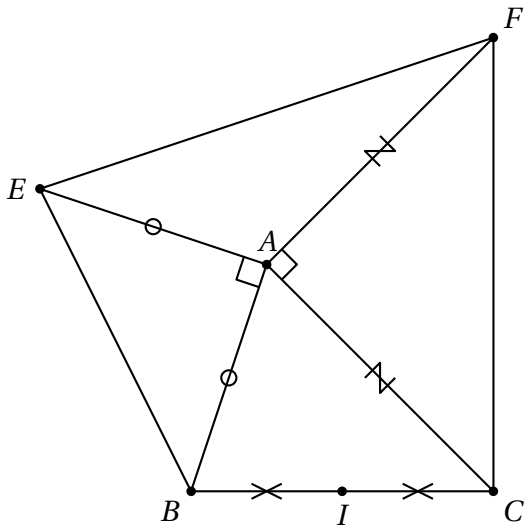


1. Calculer les produits scalaires suivants :
   - $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{QP}$;
   - $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{PN}$;
   - $\overrightarrow{PN}.\overrightarrow{MP}$.
2. (a) Montrer que $IP = IN = \sqrt{34}$.
   (b) Montrer que $\overrightarrow{IN}.\overrightarrow{IP} = 16$.
   (c) En déduire une valeur de l'angle $\widehat{NIP}$ en degré arrondie à 0,01.

EXERCICE 7.2 (6 points)**.**
$ABCD$ est un parallélogramme tel que $AB = 7$, $AC = 8$ et $AD = 5$.



1. (a) Montrer que $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = 5$.
   (b) En déduire une valeur de l'angle $\widehat{ABC}$ en degré arrondie à 0,01.
2. (a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$.
   (b) En déduire la valeur exacte de BD.

EXERCICE 7.3 (7 points)**.**
ABC est un triangle tel que l'angle en A est aigu. BAE et CAF sont des triangles rectangles et isocèles en A à l'extérieur du triangle ABC (voir la figure ci-dessous).
On note $\theta = \widehat{BAC}$, $b = AC$ et $c = AB$.

1. Montrer que
$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AE} = -bc\sin(\theta)$$
2. Soit I le milieu de $[BC]$.
   Montrer que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$.
3. Montrer que (AI) est la hauteur issue de A dans le triangle AEF.