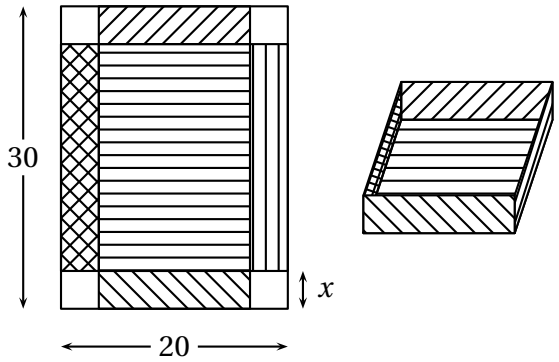
Devoir surveillé n°6

Dérivation – Probabilités

EXERCICE 6.1 (4 points)**.**
Les fonctions suivantes sont définies et dérivables sur $[0;+\infty[$. Pour chacune d'elles, déterminer une expression de leur fonction dérivée sur cet intervalle.

- $f : x \longmapsto \frac{1}{(3x+1)^4}$
- $g : x \longmapsto \sqrt{5x+1}\left(x^2+x+1\right)$

EXERCICE 6.2 (4 points)**.**
On dispose d'une feuille de dimensions 20 cm × 30 cm avec laquelle on veut fabriquer une boîte sans couvercle. Pour cela on découpe aux quatre coins de la feuille un carré de côté x. On obtient le patron de la boîte.



L'objectif de cet exercice est de déterminer pour quelle(s) valeur(s) de x, le volume de la boîte $V(x)$ est le plus grand.

1. Quelles sont les valeurs possibles pour x?
2. (a) Montrer que $V(x) = x(30-2x)(20-2x)$.
   (b) Étudier les variations de V.
   (c) En déduire la (ou les) valeur(s) de x pour laquelle (lesquelles) le volume de la boite est maximum. *On donnera le(s) résultat(s) au millimètre.*

EXERCICE 6.3 (12 points)**.**
On donne les deux extraits de document suivants [1] :

Document 1 : « En France, pendant l'année scolaire 2009-2010, sur 81 135 étudiants inscrits en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE), on pouvait trouver 34 632 filles. »

Document 2 : « En classes littéraires, la prépondérance des femmes semble bien implantée : avec trois inscrites sur quatre, elles y sont largement majoritaires. Inversement, dans les préparations scientifiques, les filles sont présentes en faible proportion (30 %) alors qu'on est proche de la parité dans les classes économiques et commerciales. »

1. Source : Repères et références statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche – Édition 2010

En consultant les données qui ont permis de produire ces deux documents, on obtient les proportions suivantes :
Les étudiants des CPGE se répartissent en 3 filières :

- la filière scientifique (S) accueille 61,5 % des étudiant·e·s ;
- la série économique et commerciale (C) accueille 24 % des étudiant·e·s ;
- les autres étudiant·e·s suivent une filière littéraire (L).

On interroge au hasard un·e étudiant·e en CPGE. On considère les évènements suivants :

F **:** l'étudiant·e interrogé·e est une fille ;

S **:** l'étudiant·e interrogé·e est inscrit·e dans la filière scientifique ;

C **:** l'étudiant·e interrogé·e est inscrit·e dans la filière économique et commerciale ;

L **:** l'étudiant·e interrogé·e est inscrit·e dans la filière littéraire

1. À l'aide du document 1, montrer que la proportion de filles parmi tou·te·s les inscrit·e·s en CPGE en 2009-2010, arrondie au millième, est de 42,7 %

2. Donner sans justifier les probabilités $p(S)$, $p(C)$, $p_L(F)$, $p_S(F)$ et $p(F)$.
   Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.

   Cet arbre sera complété au fur et à mesure de l'exercice.

3. (a) Calculer la probabilité que l'étudiant·e interrogé·e au hasard soit une fille inscrite en L.
   (b) Calculer la probabilité de l'évènement $F \cap S$.
   (c) En déduire que la probabilité de l'évènement $F \cap C$ est 0,133 75.

4. Sachant que l'étudiant·e interrogé·e suit la filière économique et commerciale, quelle est la probabilité qu'il ou elle soit une fille ? On arrondira le résultat au millième.

   Confronter ce résultat avec les informations du document 2.

5. Sachant que l'étudiant·e interrogé·e est une fille, quelle est la probabilité qu'elle soit inscrite dans la filière littéraire L ? On arrondira le résultat au millième.

   Confronter ce résultat avec les informations du document 2.

6. Question bonus (hors barème) :

   On rappelle qu'une bonne approximation[2] *de l'intervalle de fluctuation, vue en Seconde, pour une quantité de proportion p et un échantillon de taille n est* $I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$.

   Selon l'INSEE, la proportion de filles parmi les jeunes de 15 à 24 ans est de 49,2 %.

   (a) Déterminer l'intervalle de fluctuation pour un échantillon de taille 81 135 associé à cette proportion.
   (b) Peut-on considérer, en s'appuyant sur le document 1 que les filles inscrites sont sous-représentées en CPGE ? Justifier la réponse à l'aide de l'intervalle de fluctuation.

2. À condition que $n \geqslant 30$, $n \times p \geqslant 5$ et $n \times (1-p) \geqslant 5$.