Devoir surveillé n°5

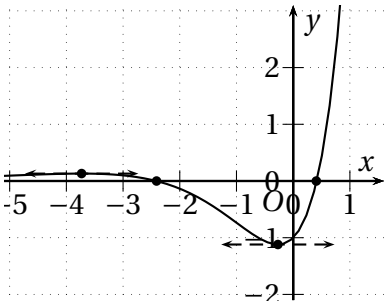
Dérivation

EXERCICE 5.1 (6 points)**.**
Les fonctions suivantes sont définies et dérivables sur l'intervalle I indiqué. Pour chacune d'elles, déterminer une expression de leur fonction dérivée sur cet intervalle.

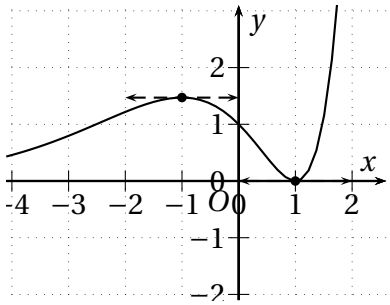
- $f : x \longmapsto \left(x^2+3x\right)(x-1)$ sur $I =]1\,;+\infty[$
- $h : x \longmapsto \frac{1}{4x-1}$ sur $I = [1\,;+\infty[$
- $g : x \longmapsto \sqrt{x}\left(x^2+x+1\right)$ sur $I = [1\,;+\infty[$
- $i : x \longmapsto \sqrt{3x+1}$ sur $I = [0\,;+\infty[$.

EXERCICE 5.2 (6 points)**.**
On donne ci-dessous trois courbes représentatives de trois fonctions définies et dérivables sur $\mathbb{R}$ sur lesquelles on a mis en évidence les éventuels points d'intersection avec l'axe des abscisses et sommets.

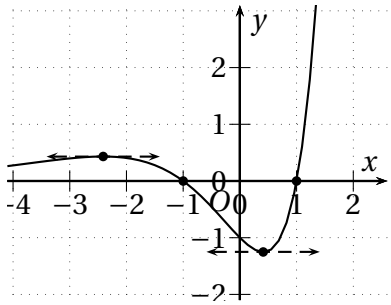
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



L'une d'elles représente une fonction f, une autre sa fonction dérivée f' et la troisième une fonction F telle que $F' = f$.
Déterminer quelle courbe correspond à chaque fonction en justifiant son choix par des arguments graphiques.

EXERCICE 5.3 (10 points)**.**
Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par : $f : x \longmapsto \frac{x^2+x+4}{2x+2}$. On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec chacun des axes du repère.
2. Montrer que $f'(x) = \frac{x^2+2x-3}{(2x+2)^2}$, $\forall x \in \mathbb{R}\backslash\{-1\}$.
3. Étudier les variations de f et dresser son tableau des variations en y indiquant les extremums locaux.
4. (a) Déterminer les coordonnées des points $\mathscr{C}$ où la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.
   (b) Déterminer l'équation réduite de la tangente au point d'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des ordonnées.
5. Recopier sur sa copie et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-5	-4	-3	-2	$-1,5$	$-0,5$	0	1	2	3
$f(x)$										

6. Dans le repère de la figure 5.1, page 91, tracer les tangentes obtenues lors des questions précédentes puis la courbe $\mathscr{C}$.

EXERCICE 5.4 (5 points).
Un fabricant envisage la production de briques de lait en carton obtenues en découpant deux bandes de même largeur dans une feuille carrée (voir la figure 5.2 page ci-contre). Le côté de la feuille carrée mesure 30 cm et on désigne par x la mesure (en centimètres) de la largeur des bandes découpées. On suppose que $0 \leqslant x \leqslant 15$.

1. Démontrer que le volume (en cm^3) de la boîte est $V(x) = 2x^3 - 60x^2 + 450x$.
2. Étudier les variations de V sur l'intervalle $[0;15]$ et dresser le tableau des variations de V.
3. Pour quelle valeur de x le volume $V(x)$ est-il maximal ?
   Préciser la valeur de ce volume maximal en litres.

On rappelle qu'en Python, pour une liste L,

```
for i in L :
  instruction 1
  instruction 2
  ...
```

est une boucle pour *au cours de laquelle* i *prend chacune des valeurs de la liste* L *et les instructions 1, 2, ... sont effectuées pour chaque valeur prise par* i.
Par ailleurs les fonctions len(L) *et* max(L) *retournent, respectivement, la taille et le maximum de la liste* L.

EXERCICE 5.5 (3 points).
Une série statistique est entrée dans un ordinateur sous la forme d'une liste L dans le langage Python.

1. On donne la fonction *keskecest*, écrite en Python :

```
def keskecest(L) :
    s = 0
    for k in L :
        s = k + s
    return s
```

Recopier le tableau ci-dessous sur sa copie et le compléter avec les différentes valeurs successives prises par chacune des variables en faisant fonctionner « à la main » la fonction *keskecest* si elle est lancée avec la liste $L = [1,4,7,1,5,2]$ et indiquer ce qu'elle retourne.

k	s
	0
⋮	⋮

2. Indiquer comment modifier cette fonction pour qu'elle retourne la moyenne de la série statistique entrée dans la liste L.

FIGURE 5.1: Repère de l'exercice 5.3

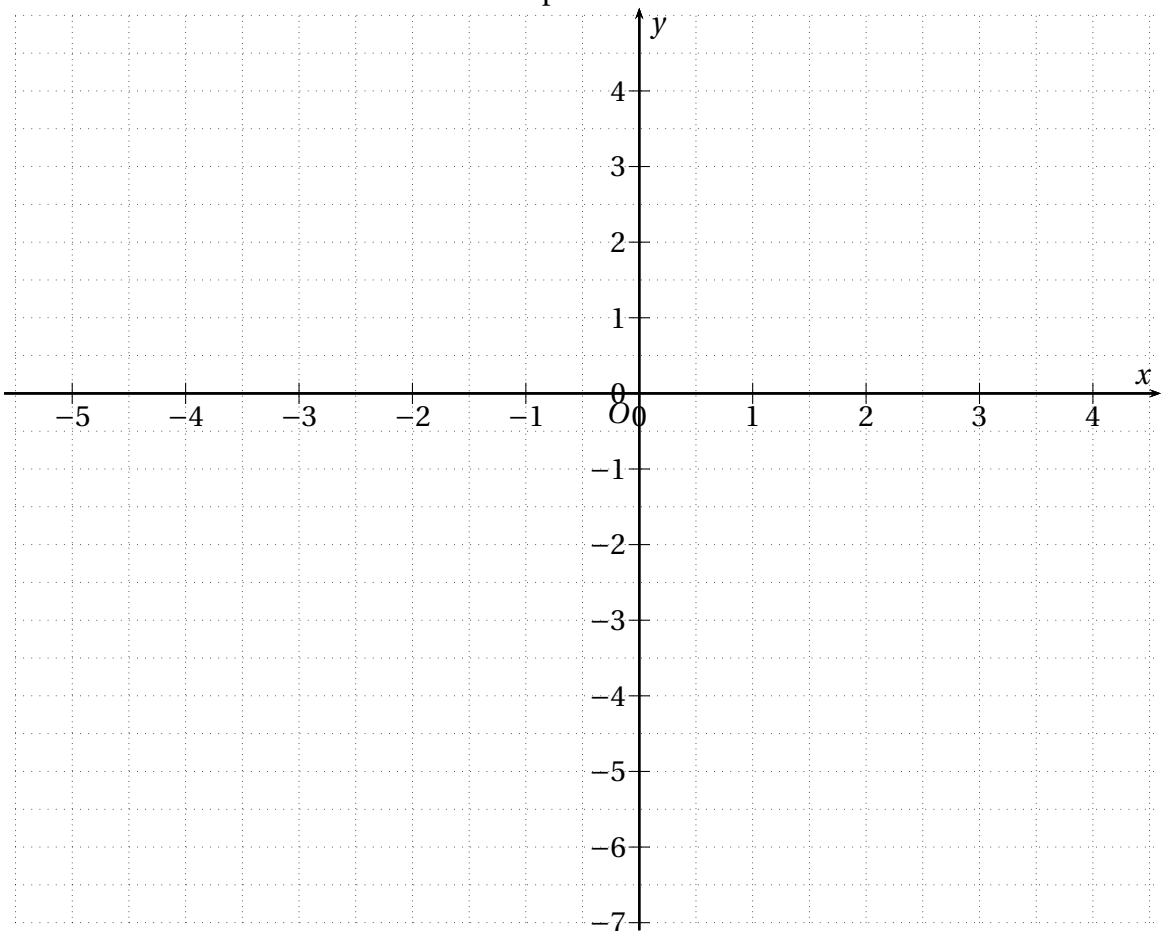
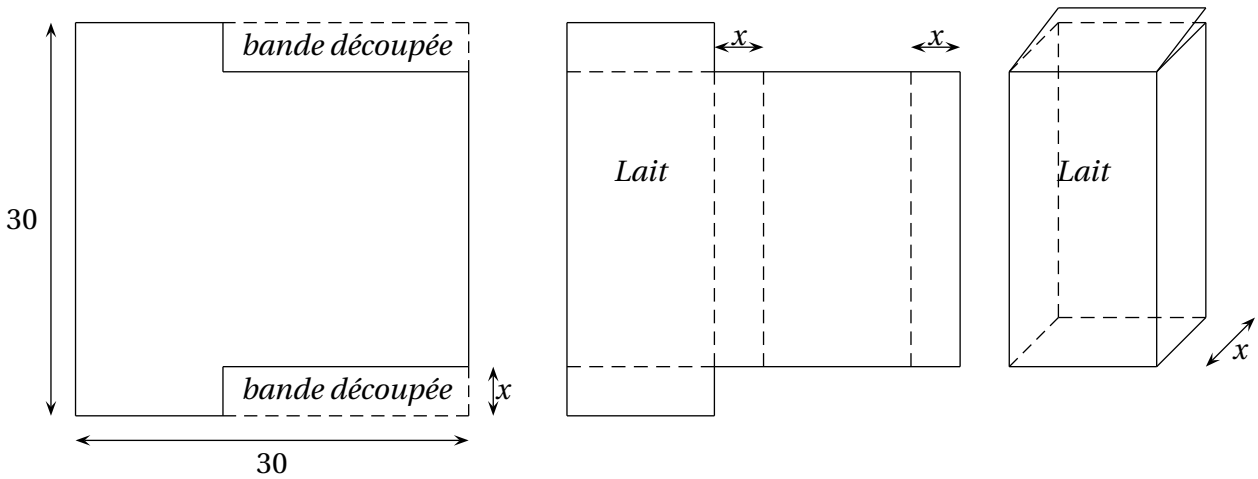



FIGURE 5.2: Découpages et pliages de l'exercice 5.4